

投資収益の相関に起因する金融危機の伝染

サフチェンコ・リュドミーラ¹⁾

要旨

本稿では共通の投資家集団を持つ二カ国に関して、私的情報の動的モデルを構築する。それぞれの国は投資を行う投資家の割合がある臨界点を超えなければ失敗に終わるような危険な投資プロジェクトを提供している。破綻したプロジェクトへの投資は、特異なショックがそこに加われば投資家の破産を引き起こす可能性がある。それぞれの期間におけるゲームは独自の均衡を持つことが示されている。将来のプロジェクト破綻に対する投資家の危惧は、いずれの国においても現在期間における投資意欲を減退させ、そしてこれは二国のファンダメンタルズが互いに独立している事実にも関わらず、投資収益間に正の相関を作り出す。

1. 序論

近年のアジアおよびラテンアメリカ経済における金融危機後、複数国市場において様々な資産の収益間での相関が上昇することが多くの研究で指摘されて来た²⁾。これを受けた理論的研究で、こうした相関の説明が幾つか試みられた。国際的投資家によるポートフォリオ調整、損益に応じた投資家のリスク回避における変化、資産ショック、および流動性制約などが、市場や国境を超えて金融ショックを伝播させた要因である可能性が論じられてきた。本稿はこうした流れから概念を抽出し、異なる資産収益間に正の相関を形成し得る情報路に焦点を絞った。

本研究は二カ国のファンダメンタルズが独立していても、ファンダメンタルズについての私的情報から投資収益に正の相関が起り得ることを示すものである。このモデルでは、二国は互いに独立したリスクの大きいプロジェクトに関わっており、国際的投資家グループからプロジェクトへの投資資金を集める。これらの投資プロジェクトは戦略的相補性、すなわち投資家の提供する投資額が各投資家の投資収益と直接に相関していることを示す。これらの投資プロジェクトは、そのため、投資をする投資家の数がある臨界点を超えなければ失敗に終わり金融危機をもたらす可能性がある。破綻したプロジェクトからは収益が生まれず、従って何の利益も得られない。プロジェクトの失敗に、個々の投資家に対するここではモデル化されない特異なショックが加われば、その投資家は破産する可能性がある。その場合の

重要な結果の一つには、投資家が将来の期間において利益を受け取る機会を喪失するというものがある。投資家は経済情勢についてプロジェクトの利益に影響し得る種々の情報を受け取り、それと同時にいつどこに投資するか、あるいはしないかを決定する。片方の国の破綻する可能性のあるプロジェクトに投資することへの恐れは、もう片方の国への投資を行うインセンティブをも減少させる。なぜなら、そうした投資をすることで、投資家は自らを他のエージェントの未知の行動に関連付けられる戦略的リスクにさらすことになるからである。その結果、たとえ二国のファンダメンタルズが各々完全に独立していても、それらの国への投資収益には正の相関がみられることになる。

このモデルは、投機攻撃 (currency attacks) の複数均衡モデルに導入された私的情報が単一的な均衡を確立することを証明した Morris and Shin (1998) の私的情報モデルに基づいている。Morris and Shin (2000), Burdzy, Frankel and Pauzner (2001), Giannitsarou and Toxvaerd (2003), Angeletos, Hellwig and Pavan (2007a) らのモデルは、そのいずれも危機の連動と言う問題を扱ってはいないものの、密接に関連し合っている。金融感染に関する文献では、Obstfeld (1996) に由来する複数均衡モデルが関連している。しかしながら、本稿で扱うモデルとは対照的に、これらのモデルはファンダメンタルズについての共通知識を前提としており、従って各エージェントが他者の平衡挙動 (equilibrium behavior) に関してある種の情報を有していることを暗に想定している。

本稿の残りの部分は以下のように構成されている。セクション 2 でモデルの概要を述べ、セクション 3 でそれを展開し、セクション 4 で結論を述べる。

2. 投資分散のグローバルゲーム

互いに独立した危険なプロジェクトに関わっている A という国と B という国を想定する。これら二国は、それぞれのプロジェクトへの投資を他の国の投機家から募る。合計数値が 1 に等しい投資家はリスク中立で、彼らは各々 A 国の通貨と B 国の通貨を一単位ずつ保有する。彼らは同時に A 国または B 国へのリスクある投資プロジェクトに、期間 $t \in \{1, \dots, T\}$ のうちいつ出資するか否かを決定する。これらのプロジェクトは全期間を通して利益を生み出す。各時期における投資収益は二つの要因により決定される。第一の要因はファンダメンタルズの状態であり、これは確率密度関数 $\phi^i(\cdot)$ と二回連続微分可能な累積分布関数 $\Phi^i(\cdot)$ と共に、i.i.d. の確率変数 $\theta_t^i, i=A, B$ で表される。この θ_t^i は各時期の頭に、自然により選ばれる。第二の要因は投資を決定した投資家の割合で、 l_t^i で表される。

投資家は t の時点においては両国のファンダメンタルズの真の価値を観察できず、 θ_t^i に関する私的シグナルに基づいて投資決定を下さなければならないものと仮定する³⁾。真の状態が θ_t^i である時、投資家 i はシグナル $x_t^{i,j} = \theta_t^i + \varepsilon_t^{i,j}$ を観察する。この $\varepsilon_t^{i,j}$ は、平均ゼロ、分

散 $(\sigma_t^i)^2$ の正規分布に従う確率変数である。この ε_t^{ij} はそれぞれ、国、時期、投資家のいずれからも独立している。ゲームの全ての分布およびパラメーターは、共通知識である。

観察された情報に基づき、各投資家はいつどの国に投資を行うか否かを決定する。既に投資をしている、したがって未来の期間に投資をできない投資家は、各期間の潜在的投資家の数値が1になるように、新しい参加者にとって替わられる。この仮定は、ファンダメンタルズの独立に関する前提と共に、ゲームを静的なものにする。投資を行わないことによる利益はゼロである。 i 国に投資をすることで得られる収益は $u_t^i(l_t^i, \theta_t^i) = \theta_t^i - 1 + l_t^i$ である。 l_t^i は t 期に i 国に投資した投資家の割合である。プロジェクトに投資する投資家の割合が十分でない ($l_t^i < 1 - \theta_t^i$) 場合、プロジェクトは中止され投資家は何の利益も受け取れず、金融危機が起こる。 i 国において中止されたプロジェクトへの投資は、ここではモデル化しない個々の投資家への特異なショックと相まって、投資家を破産させる、すなわち未来の利益を受け取れなくすることがあり得ると想定する。破産の起こる確率は p^i である。投資家は割引された利益 $\sum_{t=1}^T \delta^t u_t$ の合計を最大化する。ここで $u_t = u_t^A + u_t^B$ と δ は割引係数である⁴⁾。利得関数 $u_t^i(l_t^i, \theta_t^i)$ は l_t^i および θ_t^i において広義単調増加している。 $\int_0^1 u(l, \theta^*) dl = 0$ であるような独自の $\theta^* \in R$ が存在する。すべての $l \in [0; 1]$ に対し $u_t^i(l_t^i, \theta_t^i) \leq 0$ であり、 $x < \underline{\theta}$ であるような $\underline{\theta}$ が存在する。また、全ての $l \in [0; 1]$ に対し $u_t^i(l_t^i, \theta_t^i) > 0$ であり、 $x > \bar{\theta}$ であるような $\bar{\theta}$ が存在する。 $\int_0^1 g(l) u_t^i(l_t^i, \theta_t^i) dl$ はシグナル x および密度 $g(\cdot)$ に関して連続している。 A 国における投資収益は、 B 国の投資またはファンダメンタルズに左右されず、その逆もそうである。

期待利益を最大化するため、各投資家はスイッチング戦略を取る。説明のために、次の定義を行う。

$$I(k, x_t^i) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_t^i \geq k \\ 0 & \text{if } x_t^i < k \end{cases}$$

投資家 i は戦略的に限界シグナル値、例えば k を選ぶ。シグナル x_t^i を観察した後、投資行動 $I(k, x_t^i)$ を取る。すなわち、投資家が閾値 (k) 以上のシグナルを受け取った場合は $I(k, x_t^i) = 1$ の投資を行い、シグナルが閾値を下回った場合は投資せず、 $I(k, x_t^i) = 0$ となる。要約するならば、このゲームにおいては各投資家の戦略は閾値を選ぶことであると想定する。

最後に、我々は帰納法による後ろ向きの論理を応用することによってこの不完備情報ゲームを解決し、ゲームが $\sigma_t^i \rightarrow 0$ のような単一の均衡を持つことを示す。ゲームの各期間において、投資家はそれぞれの国のために二つの独立した私的情報ゲームを解決する必要がある。まず最後の期間 T から始める。投資家達の投資判断は、Morris and Shin (1998) が展開した静的なグローバルゲームにおける投資家達のものと同様である。彼らは、 $\sigma_t^i \rightarrow 0$ であ

投資収益の相関に起因する金融危機の伝染

ことから、静的なグローバルゲームにおいて、被支配戦略の繰り返し消去 (iterated elimination of dominated strategies) を勝ち抜く唯一の戦略は閾値戦略であることを示した。

$$I(x_T^{i,*}, x_T^{ij}) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_T^{ij} \geq x_T^{i,*} \\ 0 & \text{if } x_T^{ij} < x_T^{i,*} \end{cases} \quad (1)$$

ここでは $x_T^{i,*}$ は閾値シグナルであり、 $x_T^{ij} < x_T^{i,*}$ を受け取る投資家は投資に対する見返りがマイナスになることを予想し、従って投資しない。一方 $x_T^{ij} \geq x_T^{i,*}$ を受け取る投資家は投資の見返りがプラスになることを予想し、投資を行う。スイッチング理論 $I(x_T^{i,*}, x_T^{ij})$ に従い、期間 T に投資を行う投資家の割合は

$$\Pr(x_T^{ij} > x_T^{i,*} | \theta_T^i) \equiv l_T^i(\theta_T^i; x_T^{i,*})$$

で表される。

上の等式を用いて、 $x_T^{i,*}$ に等しい私的シグナルを受け取る投資家にとっての無差別条件を導き出すことができる。

$$E[u_T^i(l_T^i, \theta_T^i) | x_T^{ij} = x_T^{i,*}] = 0.$$

最後の期間 T の均衡により、期待利益 V_T を計算することができる。投資家は $x_T^{ij} \geq x_T^{i,*}$ である場合にのみ投資し、 $x_T^{ij} < x_T^{i,*}$ である場合にのみ投資を止めるため、次の式が得られる。

$$V_t = \int_{\theta_t^{A,*}}^{\infty} (\theta_t^A - 1 + l_t^A) \varphi^A(\theta^A) d\theta^A + \int_{\theta_t^{B,*}}^{\infty} (\theta_t^B - 1 + l_t^B) \varphi^B(\theta^B) d\theta^B.$$

類推して、期間 $T-1$ には投資家は同じ利害調整問題を解決する。ここでの唯一の違いは外部機会 (outside option) の利益が $\delta p^i V_T$ であり、最後の期間 T におけるようにゼロではないということである。このことは $x_{T-1}^{i,*}$ が下記の式への解決方法として導きだされたことを意味する。

$$E[u_{T-1}^i(l_{T-1}^i, \theta_{T-1}^i) | x_{T-1}^{ij} = x_{T-1}^{i,*}] = \delta p^i V_T.$$

後ろ向き帰納法を応用し、下の式に対する解決方法として我々は $x_t^{i,*}$ を得る。

$$E[u_t^i(l_t^i, \theta_t^i) | x_t^{ij} = x_t^{i,*}] = \delta p^i V_{t+1}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} V_t = & \int_{\theta_t^{A,*}}^{\infty} (u_t^A(l_t^A, \theta_t^A) + \delta(1 - \rho^A) V_{t+1}) \varphi^A(\theta^A) d\theta^A \\ & + \int_{\theta_t^{B,*}}^{\infty} (u_t^B(l_t^B, \theta_t^B) + \delta(1 - \rho^B) V_{t+1}) \varphi^B(\theta^B) d\theta^B \quad (3) \\ & + \int_{-\infty}^{\theta_t^{A,*}} \delta V_{t+1} \varphi^A(\theta^A) d\theta^A + \int_{-\infty}^{\theta_t^{B,*}} \delta V_{t+1} \varphi^B(\theta^B) d\theta^B, \end{aligned}$$

および横断性条件

$$V_{T+1} = 0.$$

上の結果を以下の定理にまとめる。

定理 上記の前提の下, $\sigma_t^i \rightarrow 0$, であることから, あらゆる期間 $t \leq T$ におけるゲームは, 強支配される戦略の繰り返し消去を生き抜く本質的に単一の戦略を持つ。均衡スイッチング戦略は次の式により導かれる:

$$I(x_t^{A,*}, x_t^{A,j}) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_t^{A,j} \geq x_t^{A,*} \\ 0 & \text{if } x_t^{A,j} < x_t^{A,*} \end{cases}, I(x_t^{B,*}, x_t^{B,j}) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_t^{B,j} \geq x_t^{B,*} \\ 0 & \text{if } x_t^{B,j} < x_t^{B,*} \end{cases},$$

ここで $x_t^{A,*}$ と $x_t^{B,*}$ は等式 (2), (3) および横断性条件 $V_{T+1} = 0$ を満たす。

証明 この命題を, Frankel, Morris and Pauzner (2003) の第五定理および Morris and Shin (2003) の第二公理を用いて, 帰納法で証明する。まず留意すべきは, 定理を応用するためには, Frankel, Morris and Pauzner の必要前提が満たされていなければならないことである。戦略的相補性および国の単調性に関する前提は, 利得関数 $u_t^i(l_t^i, \theta_t^i)$ が l_t^i および θ_t^i において広義単調増加していると仮定することにより満たされる。また, 優勢領域の前提を Frankel, Morris and Pauzner の前提として課す。最後に, ノイズの正規分布の前提により連続性が保証される。

$t = T$ において, Morris and Shin (2003) の第二公理から単一均衡が自明に成り立つ。ここで, ある期間 $k+1 < T$ において単一均衡があると仮定し, 期間 k における問題を考える。期間 $k+1$ において単一均衡があるという帰納的仮定により, 継続価値が現在期間のデータの関数として明確に定義されているため, 期間 k における単一均衡が成り立つ。従って各期間はグローバルゲームとして解決でき, 各期間における単一の閾値は $x_t^{i,*}$ である。

3. 投資収益間の内的相関に起因する金融危機の伝染

前のセクションでは, 投資家によるポートフォリオの分散が他の国における危機の可能性に影響を与えることがあり得ることを示した。投資収益間の正の相関は, 二国のファンダメンタルズが互いに完全に独立しているという事実にも関わらず起こる。投資にまつわるリスクは, これらの国のファンダメンタルズのレベルに関する不確実性からは生じない。この不確実性は, エージェントがこれらのファンダメンタルズのレベルに関するかなり正確なシグナルを受け取ることができることから, 無視できるものである。むしろ, これは戦略的リスク, すなわち, 他のエージェントによる未知の行動から起こるリスクである。

このセクションでは比較静学を扱うこととする。まず, ファンダメンタルズの分布における変化に関する比較静学を調べることから始める。(2) 式の右辺は $\phi^i(\theta^{i,*})$ において増加し, 従って陰関数定理は以下の定理を包含する。

補助定理 ファンダメンタルズの分布 $\phi^A(\cdot)$ と $\phi^B(\cdot)$, の下で $x^{A,*}$ と $x^{B,*}$ を均衡閾値とし, ファンダメンタルズの分布 $\bar{\phi}^A(\cdot)$ と $\bar{\phi}^B(\cdot)$, の下で $\bar{x}^{A,*}$ および $\bar{x}^{B,*}$ を均衡閾値とする。

投資収益の相関に起因する金融危機の伝染

$\bar{\phi}^A(\cdot)$ が確率論的に $\phi^A(\cdot)$ を支配し、 $\bar{\phi}^B(\cdot)$ が確率論的に $\phi^B(\cdot)$ を支配するならば、 $\bar{x}^{A,*} \leq x^{A,*}$ および $\bar{x}^{B,*} \leq x^{B,*}$ である。

このように、二国のファンダメンタルズの分布における上昇が両国の閾値を減少させる。ファンダメンタルズの向上はより高い収益を意味し、したがって投資家はより投資に乗り気になることから、この結果は直観的である。

公理 いかなる $\sigma^i \in (0, \underline{\sigma}^i]$ に対しても殆ど決して投資が行われず、 $E\{\{\theta^i\}_t^T\} < 1/2$ に対し $\{l^i\}_t^T \approx 0$ であるような i と、ほとんど必ず投資が起こり $E\{\{\theta^i\}_t^T\} > \frac{1/2}{1-\delta\rho}$ が $\{l^i\}_t^T \approx 1$ であるようなものが存在する。

証明 ファンダメンタルズが非常に悪い（すなわち、低い θ_t^i ）と、投資家はほとんど決して最後の期間に協調することはなく、したがって $V_T \approx 0$ および前の期間はほとんど最後の期間と同一である。ファンダメンタルズが良い（すなわち、高い θ_t^i ）と、投資家はほとんど常に協調し、従って $V_T \approx \theta$ となる。また、 $\delta\rho V_{t+1}$ の高い値にも関わらず、彼らは前の期間においてもほとんど常に協調する。

ファンダメンタルズに関するシグナルが正確さを増すにつれ、投資家はファンダメンタルズが低いことを推測でき、合理的に他の投資家もやはり同様に考えることを期待する。この場合、彼らは投資を控える。類推から、シグナルが正確さを増すにつれ、投資家はファンダメンタルズおよび他の投資家の行動をより正しく推測できるようになる。より高い未来のファンダメンタルズは彼らがより高い未来の利益 V_{t+1} を受け取れることを意味する。より高い未来の利益 V_{t+1} は、閾値 $x_t^{A,*}$ および $x_t^{B,*}$ の上昇につながる。なぜなら、 V_{t+1} が高ければ投資家は失うものも沢山持つからである。このことは投資家が t の期間には、両国への投資において協調する頻度が減少することを意味する。しかしながら、 V_{t+1} の増加の相対的影響は、実現されたファンダメンタルズが高く、投資家が投資することを好む時には比較的小さい。中程度のファンダメンタルズでは、投資行動は変動する。実現されたファンダメンタルズおよび未来の期待利益 V_{t+1} により、市場の楽観に対応して閾値は低くなる、または市場を悲観する心理に対応して閾値が高くなる可能性がある。金融危機は、閾値が高い時に起こる傾向があるが、これはこうした場合には投資家が協調することがより困難なためである。反対に、好景気は閾値が低い時に起こりやすい。なぜならこの場合はより多くの投資家が投資を行うからである。

公理 $E\{\{\theta^i\}_t^T\} < 1/2$ $E\{\{\theta^k\}_t^T\} > \frac{1/2}{1-\delta\rho}$, $i \neq k$ である場合、いかなる $\sigma^i \in (0, \underline{\sigma}^i]$ に対しても閾値 $x_t^{i,*}$ および $x_t^{k,*}$ の間に何の相関も見られない i が存在する。

証明 高い θ^k が実現されるためには、投資家はほとんど常に協調しなければならない。

これは未来の期待収益 V_{t+1}^* の増加につながる。その結果、 x_t^{i*} が増加し、 i 国における投資の協調をより困難にする。

この公理は、一方の国のファンダメンタルズが非常に悪く、 θ^k が低い一方でもう一つの国のファンダメンタルズが非常に良く、高い θ^i が実現されると言うと言う極端なケースでは、二国は最終的にそれぞれ「投資」および「非投資」均衡に落ち付き、投資収益間の相関は起こらないということを述べている。中程度のファンダメンタルズでは、両国の投資収益は両国のファンダメンタルズの展開および未来の期待利益 V_{t+1}^* の展開により影響を受けるため、相関が起こる。

4. 考察

本研究では、二つの国に投資する投資家間の協調を調べる動的モデルを提示した。このモデルは正確なシグナルの限界において単一均衡を持つ。投資家は現在のファンダメンタルズが閾値を超えている場合のみ投資を行い、そうでなければ投資を控える。閾値は各期間内においては単一的に決定されているが、複数期間の間では異なる。これは市場心理の変動と解釈される。低い閾値は楽観的な市場心理、高い閾値は悲観的な心理に対応する。金融危機はこれらの閾値が高い時、すなわち投資家が市場を悲観している時のみ起こる。未来の期待利益は二国で共通であるため、閾値には正の相関がある。このことは、これら二国における経済成長と危機が平行して動いていることを意味する。

注

- 1) 本研究は、平成25年度の東京経済大学共同研究助成費（研究番号D13-02）を受けた研究成果である。
- 2) アジア危機における通貨およびソブリンスプレッドの連動に関する証拠については Baig and Goldfajn (1999) を参照；アジア危機における株価指数の連動に関する証拠については Boyer, Kumagai, and Yuan (2004) を参照；90年代の国家債務に対する利回り格差の連動に関する証拠については Mauro, Sussman, and Yafeh (2002) を参照。伝染に関する近年の考察は Kaminsky et al. (2003) を参照。
- 3) 投資家は、彼らの受け取る私的シグナルにおいてのみ互いに異なる。プレイヤーのサイズの区別については、Corsetti et al. (2004) を参照。
- 4) また、表記上の混乱を避けるために、投資家が投資を行うか否かについて中立的な立場を取る場合は投資を行うものとし、政府がプロジェクトを中止するかしないかについて中立的な場合には中止するものと想定する。

参考文献

- [1] Angeletos, G.M., Hellwig, A., and Pavan, A., (2006) "Signaling in a Global Game : Coordination and Policy Traps" *Journal of Political Economy* 114.
- [2] Angeletos, G.M., Hellwig, A., and Pavan, A., (2007) "Dynamic Global Games of Regime Change : Learning, Multiplicity and Timing of Attacks," *Econometrica*, 75.
- [3] Angeletos, G.M. and Werning, I., (2006) "Crises and Prices : Information Aggregation, Multiplicity, and Volatility", *American Economic Review*, 96.
- [4] Baig, T. and I. Goldfajn (1999) .Financial Market Contagion in the Asian Crisis., *International Monetary Fund, Staff Papers*, 46 (2) , pp. 167-195.
- [5] Burdzy, K., Frankel, D.M., Pauzner, A., (2001) "Fast Equilibrium Selection by Rational Players Living in a Changing World", *Econometrica* 69.
- [6] Carlsson, H., van Damme, E., (1993) "Global Games and Equilibrium Selection", *Econometrica* 61.
- [7] Frankel, D.M., Morris, S., and Pauzner, A., (2003) "Equilibrium Selection in Global Games with Strategic Complementarities", *Journal of Economic Theory*, 108.
- [8] Kaminsky, G. and C. Reinhart (2000) "On Crisis, Contagion and Confusion," *Journal of International Economics*, 51 (1) , pp.145-68.
- [9] Morris, S., Shin, H.S., (1998) "Unique Equilibrium in a Model of Self- Fulfilling Currency Attacks", *American Economic Review* 88.