EOQ 型リバースロジステックスシステムにおける シュタッケルベルグ製造リサイクル方策

若　尾　良　男

1. はじめに

原材料の調達，製品の製造，在庫，市場への投入という一方向のフローをもつ従来のロジスティクスプロセスから，このプロセスを経て市場から再利用可能な資源を回収して製造プロセスに戻すという逆向きのフローをもつリバースロジスティクス（Reverse Logistics）の問題は，資源の有効利用，無駄な廃棄物の減少，環境意識の高揚とともに，近年，サプライチェーンの研究分野においても注目を集めてきている。その一つとして，確定的な経済的発注量（EOQ: economic order quantity）問題において Richter（1994）は EOQ の枠組みでリバースロジスティクスの問題を先駆的に研究した一人である。若尾（2009）は Dobos・Richter モデル（2004）を適用して，リサイクル品を利用した製造が終了しても新規材料による製造が引き続き継続する場合に，回収されたリサイクル可能な中古品の貯蔵施設での貯蔵を許し，新規材料による製造量とリサイクルによる製造量を決定するために，関連する諸費用の総和を最小にする，リサイクル可能な中古品からどの程度の割合で製造工程に回すかの最適なリサイクル率を求めた。

サプライチェーンマネージメントに関する研究においては，買手と売手に係る諸費用を統合した全体の費用を考察する研究が盛んである。その中で買手と売手の在庫管理問題を統合した統合在庫管理問題に関する研究が進んでいる。統合在庫管理における EOQ の適用として，Goyal（1976）は一つのメーカーと一人の小売業者からなる単純なサプライチェーンシステムにおける在庫モデルで最適発注間隔時間を求めた。そして，サプライチェーンシステムにおける意思決定者としての買手と売手の関係にゲーム的シナリオを導入した研究にも関心が注がれつつある。サプライチェーンシステムの上流から下流へという順序的な流れに支配関係がある階層的なサプライチェーンを考え，上流の売手がリーダーの役割を演じ，下流の買手はリーダーの決定に従って行動したときの自身の行動の決定を行うというシュタッケルベルグゲームシナリオを適用した研究が注目されている。Sarmah, Acharya と Goyal（2006）は確定的な環境で協調メカニズムとして数量割引を用いた買手と売手の協調モデルを分類してゲーム理論の枠組みでの研究を分類した。Yugang, Chu と Chen（2009）は，VMI（vendor managed inventory）ベンダー主導型在庫管理）サプライチェーン問題にお

いてメーカーがリーダーで小売業者が追従者であるシュタッケルベルグゲームを適用し各々の利益を最大にする方策を考察した。

Monahan（1984）は一人の売手と一人の買手によるサプライチェーン在庫問題において最適な量的割引率を導出する際に，EOQ 型費用構造を適用し，シュタッケルベルグゲーム的な観点から売手（供給者）の利益を増加するための最適な量的割引計画を導出し，協調手段として量的割引率を考えた。さらに，Banerjee（1986）は売手と購入者（買手）に係る関連費用を結合した総費用に関してそれぞれの経済的ロットサイズ（economic lot size）を求める joint economic lot size （JELS）モデルとして進展させた。売手と購入者という対立する交渉過程から離れて両者が経済的に恩恵を受けるような結合的最適発注方式を考察した。これらの研究はサプライチェーン協調問題に関連付けられた。

Hsiao と Lin（2005）はサプライチェーンにおけるシュタッケルベルグゲームでの EOQ モデルを検討し，供給元と小売業者の最適リードタイムと注文サイクル時間を導出した。Liou，Schaible と Yao（2006）はシュタッケルベルグ均衡を EOQ の枠組みで導入し，最適性条件を考察した。Dobos 等（2011）は一人の売手が同質の製品を持つ一人の購入者に供給し，再製造のために戻った中古品の一部を購入者に返還する預り金と交換で受け取る場合の経済的ロットサイズ問題を研究した。売手，購入者，両者協調した全体システムに対して，製造と再製造の順序に応じた最適ロットサイズと最適再製造率を求めた。売手は自分が購入者に返却する預り金の額と再製造率を提示し，購入者は発注サイズをセットすることによって応じる交渉計画に対しても言及した。また，Banerjee（1986）の基本モデルをリバースロジスティクス問題に拡張し Richter（1994, 1997）や Richter と Dobos（1999）のモデルを一般化した。また，Dobos 等（2013）は Banerjee（1986）による結合経済的ロットサイズモデルと Richter（1994）によるリバースロジスティックスモデルの一般化を考え，中古品回収率と発注サイズに関してシステム最適方策を考えた。

本論文では，若尾（2009）が適用した EOQ の枠組みにおけるリバースロジスティクスシステムにおいて製造者とリサイクル業者間に支配的な関係がある場合にシュタッケルベルグゲーム的な観点から最適な製造リサイクル方策を考える。2 節で，本論文で考えるリバースロジスティクスシステムを仮定し，このシステムで考えるシステムパラメータと費用パラメータを設定する。3 節では，製造者とリサイクル業者の総費用を導出し，それぞれの持つ製造リサイクル方策の最適化問題を考える。4 節で，製造者とリサイクル業者間にそれぞれ支配的な関係がある場合のシュタッケルベルグ製造リサイクル方策を考える。5 節でむすびを述べる。

2. 製造リサイクルシステム

2.1　製造リサイクルシステムの概要と仮定

単一の製品を製造し市場に提供する企業と，市場からその製品の中古品を回収しリサイクル可能なリサイクル品に処理し製造企業に提供するリサイクル企業からなるリバースロジスティクスシステムを考える。このシステムには，製造者が製造した製品を貯蔵する製造者の貯蔵施設 S と，リサイクル業者が市場から回収した中古品を貯蔵する貯蔵施設 S_1 とリサイクル可能なリサイクル品を蓄える貯蔵施設 S_2 があるものとする。単一の製品を単一の製造工程でロットまたはバッチで製造している製造業者は需要率 D (units/hour）の需要を満たすように製造率 P (units/hour）で製造し，製品を貯蔵設備 S に蓄える。このとき，製造工程の製造能力は需要より余裕があるとして，製造率 P は需要率 D より大きい（$P>D$）とする。したがって品切れ損失は考えないこととする。製造のための材料調達について，リサイクル業者が新品と同等の品質を持つように市場から回収した中古品を処理した材料（リサイクル可能品）と材料メーカーから調達した新規材料を併用して製造する場合を考える。製造のためのリサイクル品は製造前に準備されているものとする。製造業者ははじめにリサイクル業者から供給されるリサイクル品を利用し，それでまかないきれないときは材料企業から調達する新規材料を利用して製造するものとする。環境問題が重要な課題として考えられている今日においては，費用的に見合うならばできるだけリサイクル品を利用することが望まれるであろう。

このような製造リサイクルシステムにおいて，事前に用意された新品と同等の品質を持つリサイクル品を用いて製品を製造する時間を再製造時間 T_r (hours)，新規材料を用いて製造する時間を製造時間 T_m (hours)，製造終了後製品在庫がなくなるまでの時間を消費時間 T_c (hours）とし，これらの時間を合計した総時間を製造リサイクル時間 T (hour）とする。製造・再製造時間中の製品は在庫，需要に回され，製造終了後は在庫のみから需要に回される。ここで，原材料の製造ロットと発注ロットは常に等しいサイズとし，購入と製造のリードタイムはゼロとする。市場に供給された製品はリサイクル業者によって回収率 $\alpha(0<\alpha\leqq 1)$ で中古品として回収され，リサイクル業者の持つ貯蔵施設 S_1 に貯蔵される。その後，リサイクル工程で中古品は再利用可能なリサイクル可能品として処理される品と未処理品とに分けられる。これは，市場から回収された中古品 αDT (units）の中から，リサイクル業者が決定するリサイクル処理率 $\delta(0\leqq\delta\leqq 1)$ の割合で再利用可能なリサイクル可能品 $\delta\alpha DT$ (units）が貯蔵設備 S_2 に貯蔵され，残りは未処理品としてリサイクル業者の貯蔵設備 S_1 に残される。そして，再利用可能なリサイクル可能品の中から，製造業者が決定するリサイクル利用率 $\varphi(0\leqq\varphi\leqq 1)$ の割合で新品と同等な品質を持つ材料 $\{\varphi\delta\alpha DT$ (units)$\}$ として製造工程で利用される。残りのリサイクル可能な回収品 $(1-\varphi)\alpha DT$ (units）はそのまま

リサイクル業者の貯蔵設備 S_2 で貯蔵されることになる。

また，本論文で考える費用パラメータとして，製造業者に関しては，原材料企業からの原材料を用いて製造したときの製品 1 単位当たりの製造費用（原材料費と調達費用を含む）：c_{pn} (¥/unit)，リサイクル業者から調達したリサイクル品を用いて製造したときの製品 1 単位当たりの製造費用（リサイクル品材料費と調達費用を含む）：c_{pr} (¥/unit)，製造した製品 1 単位を貯蔵する製造品貯蔵施設 S で保管するときの在庫保持費用：h_m (¥/unit)，製造リサイクル時間中にリサイクル品よる製造から製品製造への切り替えをするときのセットアップ費用：c_s (¥) を考える。一方，リサイクル業者に関しては，製造リサイクル時間中に新規原材料と同等の品質を持つように処理するための 1 単位当たりの処理費用（製造業者への配送費用を含む）：c_r (¥/unit)，市場から回収した未処理の中古品 1 単位のリサイクル業者の貯蔵施設 S_1 での貯蔵費用：h_c (¥/unit)，再利用可能なリサイクル可能品 1 単位のリサイクル業者の貯蔵施設 S_2 での貯蔵費用：h_r (¥/unit)，市場からリサイクル可能な回収品 1 単位を回収するための費用：c_c (¥/unit) を考えることにする。ただし，原材料企業からの調達費用を含んだ製造費用はリサイクル業者からの再利用品の処理費より高い，すなわち，c_{pn} (¥×hour) ＞c_r (¥×hour) と考える。

本論文では，リサイクル品による製造終了後，製造を中断して製品を需要に回し，在庫が

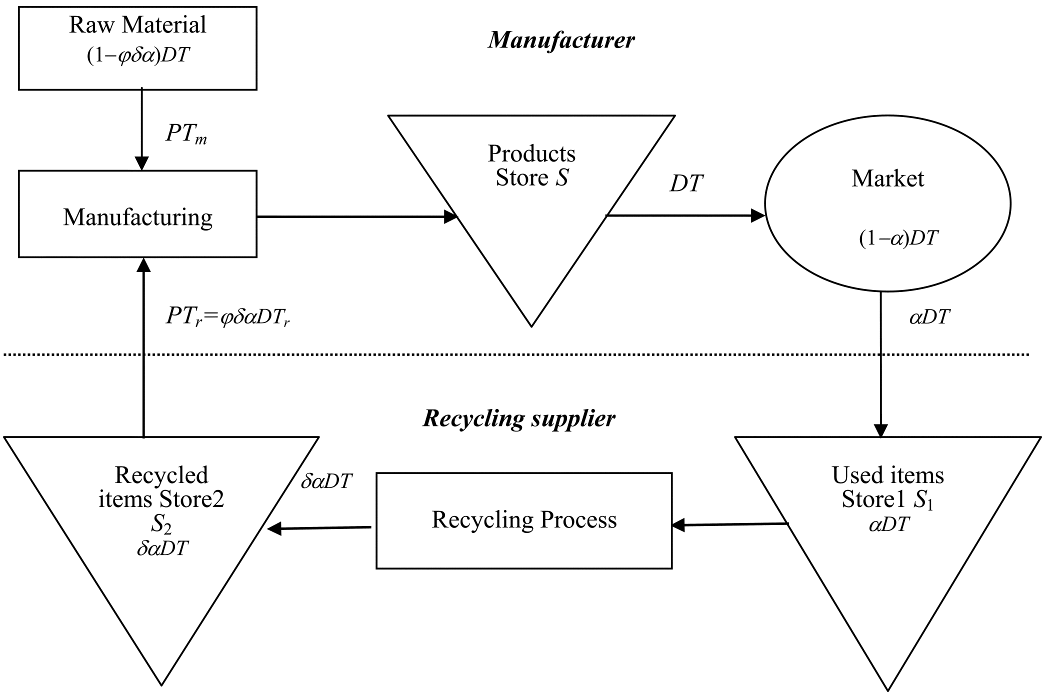
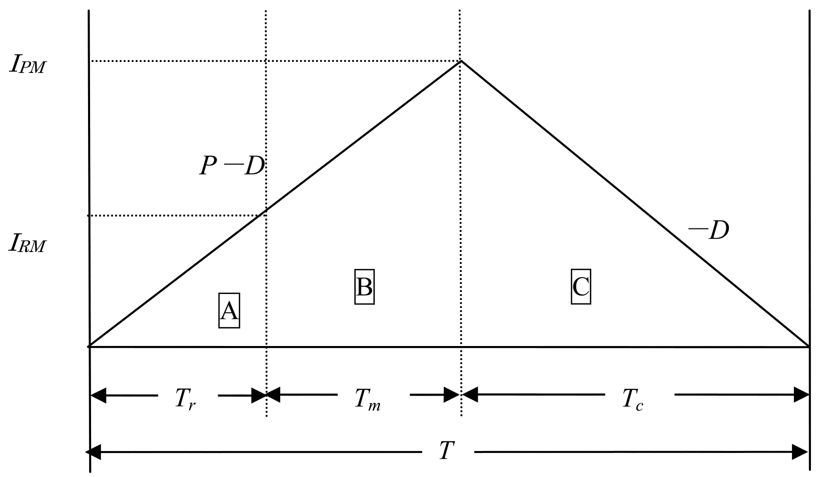


図 1　製造リサイクルシステム

なくなれば新規原材料による製造を行う Dobos・Richter モデル（1999, 2002, 2003, 2004a, 2004b）から出発した，リサイクル品による製造終了後製造を中断せずに連続的に製造するリバースロジスティクスシステム（若尾 2009）におけるモデルを基に，製造業者とリサイクル業者からなる製造リサイクルモデルを適用する。ここで，このリサイクル処理率 $\delta(0 \leqq \delta \leqq 1)$ をリサイクル業者の決定変数とし，一方，再生可能品から製造工程で利用されるリサイクル利用率 $\varphi(0 \leqq \varphi \leqq 1)$ を製造業者の決定変数とする。需要に見合うように製品を製造する製造業者はリサイクル品を利用して製造する際のその利用率を自己の総費用を最小にするように決定し，一方，リサイクル業者は自己の総費用を最小にするようなリサイクル処理率を決定するという製造リサイクル問題を考える。

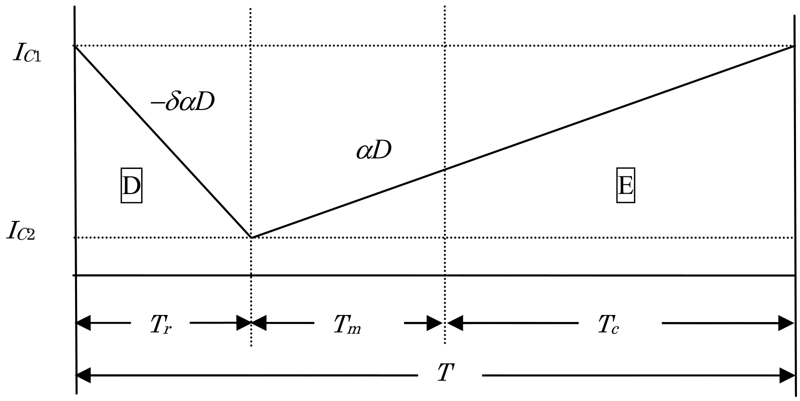
2.2　在庫量の推移

本論文で考える製造リサイクルモデルにおける，製造業者の貯蔵施設 S の製品在庫の在庫量の推移を示したのが図2である。この図で，A の部分は製造業者の貯蔵施設でのリサイクル材料を用いて製造した製造時間での製品在庫量の変化，B の部分は新規材料による製造時間に製造され製品の在庫量の変化，C の部分は製造終了後に製品が需要に回される期間の在庫量の変化を示している。図3はリサイクル業者の貯蔵施設 S_1 の回収された中古品の在庫量の推移を示し，図中の D の部分はリサイクル業者の貯蔵施設 S_1 におけるリサイクル品を用いた製造時間内で処理されない中古品の在庫量の変化を表し，E の部分は市場から回収される未処理中古品の在庫量の変化を表している。図4はリサイクル業者の貯蔵施設 S_2 の再利用可能なリサイクル品の在庫量の推移を示し，図中の F の部分はリサイクル業者の



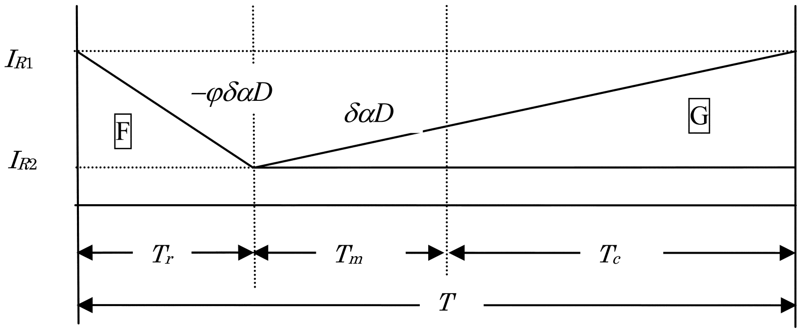
I_{RM}：リサイクル品による製造による最大在庫量，I_{PM}：新規材料品による製造による最大在庫量

図2　製造業者の貯蔵施設での製品在庫量の推移



I_{C1}：回収された回収品の最大在庫量，I_{C2}：未処理回収品の最小在庫量

図 3　リサイクル業者の貯蔵施設 1 でのリサイクル可能品の在庫量の推移



I_{R1}：再製造可能なリサイクル品の最大在庫量，I_{R2}：再製造可能なリサイクル品の最小在庫量

図 4　リサイクル業者の貯蔵施設 2 でのリサイクル可能品の在庫量の推移

貯蔵施設でのリサイクル品を用いた製造時間内でのリサイクル可能品の在庫の変化を表し，G の部分は市場から回収されるリサイクル可能品の在庫の変化を表している。

3. 製造業者とリサイクル業者の総費用と製造リサイクル方策の決定

3.1　製造業者における費用

本論文で考えている製造リサイクルモデルにおける製造者に係る費用は，前述の費用パラメータを用いて以下のようになる。

(1) C_{hm} (¥×hour)：製造リサイクル時間中の貯蔵施設における在庫保持費用

$$C_{hm} = (I_A + I_B + I_C)h_m \tag{1}$$

(1) 式中の I_A，I_B，I_C はそれぞれ図 2 にある製造業者の貯蔵施設 S におけるリサイクル品使用による製造時間での製品の在庫量，新規材料によって製造された製品の在庫量，製造

終了後に製品が需要に回される期間の在庫量を示し次のように表せられる。

$$I_A = \frac{(P-D)T_r^2}{2} = \frac{(P-D)D^2}{2P^2}\varphi^2\delta^2\alpha^2T^2 \tag{2}$$

$$I_B = \frac{(P-D)D^2}{2P^2}T^2 - \frac{(P-D)D^2}{2P^2}\varphi^2\delta^2\alpha^2T^2 \tag{3}$$

$$I_C = \frac{(P-D)^2}{2D}(\varphi^2\delta^2\alpha^2 - \varphi\delta\alpha + 1)\quad T^2 \tag{4}$$

より

$$C_{hm} = (I_A + I_B + I_C) \times h_m$$

$$= \left(h_m\frac{(P-D)^2}{2D}\varphi^2\delta^2\alpha^2 - h_m\frac{(P-D)^2}{2D}\varphi\delta\alpha + h_m\frac{(P-D)D^2}{2P^2} + h_m\frac{(P-D)^2}{2D}\right)T^2 \tag{5}$$

(2) C_{pn} (¥×hour)：製造リサイクル時間中に新規原材料を用いて製造するための費用（原材料費と調達費用を含む）

$$C_{pn} = c_{pn}\int_0^{T_m} Pdt = \frac{c_{pn}P}{2}T_m^2 = \frac{c_{pn}D^2}{2P}(1-\varphi\delta\alpha)^2T^2$$

$$= \frac{c_{pn}D^2}{2P}T^2 - \frac{c_{pn}D^2}{P}\varphi\delta\alpha T^2 + \frac{c_{pn}D^2}{2P}\varphi^2\delta^2\alpha^2T^2 \tag{6}$$

(3) C_{pr} (¥×hour)：製造リサイクル時間中にリサイクル品を用いて製造するための費用（リサイクル品材料費と配送費用を含む）

$$C_{pr} = c_{pr}\int_0^{T_r} Pdt = \frac{c_{pr}P}{2}T_m^2 = \frac{c_{pr}D^2}{2P}\varphi^2\delta^2\alpha^2T^2 \tag{7}$$

(4) C_s (¥×hour)：製造リサイクル時間中にリサイクル品よる製造から製品製造への切り替えをするときのセットアップ費用

$$C_s = c_s \tag{8}$$

3.2　製造業者における問題

前節の費用項目から製造業者の単位時間当たりの総費用 $C_M(\varphi, \delta, T)$ は次のようになる。

$$C_M(\varphi, \delta, T) = (C_{hm} + C_{pr} + C_{pn} + C_s)/T = A(\varphi, \delta)T + \frac{C_s}{T} \tag{9a}$$

ただし　$$A(\varphi, \delta) = K\varphi^2\delta^2 + L\varphi\delta + M \tag{9b}$$

$$K = h_m\left(\frac{(P-D)^2\alpha^2}{2D}\right) + c_{pn}\left(\frac{D^2\alpha^2}{2P}\right) + c_{pr}\left(\frac{D^2\alpha^2}{2P}\right) \tag{9c}$$

$$L = -h_m\left(\frac{(P-D)^2\alpha}{2D}\right) + c_{pn}\left(\frac{D^2\alpha}{P}\right) \tag{9d}$$

$$M = h_m\left(\frac{(P-D)D^3+P^2(P-D)^2}{2P^2D}\right)+c_{pn}\left(\frac{D^2}{2P}\right) \tag{9e}$$

このとき，単位時間当たりの総費用 $C_M(\varphi, \delta, T)$ は，

$$C_M(\varphi, \delta, T) = A(\varphi, \delta)T+\frac{C_s}{T} \geq 2\sqrt{C_sA(\varphi, \delta)} \tag{10}$$

となり，総費用を最小にする最適製造リサイクル時間 T^* は次のようになる。

$$T^* = \sqrt{C_s/A(\varphi, \delta)} \tag{11}$$

この最適製造リサイクル時間 T^* を与えたときの製造者に係る総費用の最小値 $C_M^*(\varphi, \delta, T^*)$ は，

$$C_M^*(\varphi, \delta, T^*) = 2\sqrt{C_sA(\varphi, \delta)} \tag{12}$$

となる。

いま，リサイクル業者が決定すべきリサイクル処理率 δ^+ を所与として考えた場合，製造業者の製造リサイクル方策は，(12) 式の製造業者における総費用 $C_M^*(\varphi, \delta^+, T^*)$，すなわち $A(\varphi, \delta^+)$ を最小にする φ を決定することとなる。このとき，所与として与えられるリサイクル処理率がゼロのとき，$A(\varphi, 0)=M$ となり，最適な φ を見つけることができなくなる。そこで，所与として与えられるリサイクル処理率 δ^+ は $\delta^+\neq 0$ と考える。$A(\varphi, \delta^+)$ において $A(0, \delta^+)>0$，$A(1, \delta^+)>0$，$K>0$ であるので，$A(\varphi, \delta^+)$ のグラフは φ に関して下に凸の放物線となる。総費用は常に正であるので，$4KM-L^2$ は正でなければならない。この条件は $P-D>0$ である限り成り立つので，この製造費用状況の下で総費用関数を最小にする製造者のリサイクル利用率 φ の決定を考えることになる。二次関数 $A(\varphi, \delta^+)$ の放物線の頂点における φ 座標を φ_ν と表すと，$\varphi_\nu=-L/(2K\delta^+)$ となる。φ は 0 と 1 の間をとるので，この位置によって以下の場合を考えることにする。

(1) $L\geqq 0$ の場合

これより，

$$c_{pn} \geqq \left(\frac{P(P-D)^2}{2D^3}\right)h_m \tag{13}$$

が導かれる。このとき，二次関数 $A(\varphi, \delta^+)$ のグラフの頂点はゼロ以下となるので，$A(\varphi, \delta^+)$ は $0\leqq\varphi\leqq 1$ の範囲で増加関数となる。したがって，(13) 式の総費用を最小とする φ を φ^* と表すと，$\varphi^*=0$ で最小総費用となり，総費用は $C_M^*(\varphi^*, \delta^+, T^*)=2\sqrt{C_sM}$ となる。ここで，P と D の差があまりない製造需要条件では h_m の係数の値が小さくなり，通常，$c_{pn}>h_m$ と考えられるので，(12) 式の費用制約が成立する。

(2) $L<0$ の場合

これより，

$$c_{pn} < \left(\frac{P(P-D)^2}{2D^3}\right)h_m \tag{14}$$

となる。(14) 式の費用制約に関して，P と D の差がかなりあるような製造需要条件では h_m の係数の値が大きくなり，$c_{pn}>h_m$ であっても成立する場合がありうる。この場合，$A(\varphi, \delta^+)$ のグラフの頂点 φ_v は正であるので，$\varphi_v=-L/(2K\delta^+)$ と $\varphi=1$ との位置関係を考えることにする。

① $\varphi_v \leqq 1$ の場合

この場合は，$0 \leqq -L \leqq 2K\delta^+ \leqq 2K$ より

$$\left(\frac{P(P-D)^2}{D^3}\right)(0.5-\alpha)h_m \leqq (1+\alpha)c_{pn}+\alpha c_{pr} \tag{15}$$

が導かれる。費用項目は正であるので，この式において α に関して $\alpha<0.5$ が必要となる。このとき，総費用は $\varphi^*=-L/(2K\delta^+)$ で最小費用 $C_M^*(\varphi^*, \delta^+, T^*)=\sqrt{C_s\{(4MK\delta^+-L^2)/(K\delta^+)\}}$ をとる。また，この場合リサイクル処理率 δ^+ を大きい値にした方が製造業者の総費用は小さくなることもわかる。

② $\varphi_v>1$ の場合

この場合は，$2K\delta^+<-L$ より

$$\left(\frac{P(P-D)^2}{D^3}\right)(0.5-\alpha)h_m > (1+\alpha)c_{pn}+\alpha c_{pr} \tag{16}$$

このとき，φ の取りうる範囲では総費用関数は減少関数となるので，総費用は $\varphi^*=1$ で最小費用 $C_M^*(\varphi^*, \delta^+, T^*)=2\sqrt{C_s(K\delta^{+2}+L\delta^++M)}$ をとる。(16) 式の右辺は正の費用項目であるので，α に関して，$0.5>\alpha$ が必要となる。α が小さく，P と D の差がかなりあるような製造需要条件で，h_m が高い場合に成立する可能性がある。なお，$0.5 \leqq \alpha \leqq 1$ の場合には，条件式の左辺がゼロ以下になるので，総費用を最小にする φ は存在しない。以上をまとめると表 1 のようになる。

これより，製造業者の最適リサイクル利用率は，リサイクル業者の最適リサイクル処理率

表 1　製造者の最適方策

費用項目に対する制約		最適リサイクル利用率 φ^*
$c_{pn} \geqq \left(\frac{P(P-D)^2}{2D^3}\right)h_m$		0
$c_{pn} < \left(\frac{P(P-D)^2}{2D^3}\right)h_m$	$\left(\frac{P(P-D)^2}{D^3}\right)(0.5-\alpha)h_m \leqq (1+\alpha)c_{pn}+\alpha c_{pr}$ かつ $\alpha<0.5$	$-\frac{L}{2K\delta^+}$
	$\left(\frac{P(P-D)^2}{D^3}\right)(0.5-\alpha)h_m > (1+\alpha)c_{pn}+\alpha c_{pr}$ かつ $\alpha<0.5$	1

を所与として求めた場合，比較的低いリサイクル回収率と費用制約の下で，0 または 1 または $-L/(2K\delta)$ となる。

3.3　リサイクル業者における費用

(1) C_{hc} (¥×hour)：製造リサイクル時間中の未処理の回収品を貯蔵するための保持費用

この費用は以下のように求められる。

$$C_{hc}=(I_D+I_E)h_c \tag{17}$$

(17) 式中の I_D は図 3 におけるリサイクル業者の貯蔵施設 S_1 でのリサイクル時間での回収された中古品（リサイクル可能品）の在庫量であり，I_E は市場から回収される中古品の在庫量を示し，以下のように表わすことができる。

$$I_D+I_E=\frac{2\alpha PD-\varphi\delta^2\alpha^2D^2}{2P}T^2 \tag{18}$$

これより，リサイクルのために処理しない回収品を貯蔵するための保持費用は以下のようになる。

$$C_{hc}=\left(\frac{2\alpha PD-\varphi\delta^2\alpha^2D^2}{2P}h_c\right)T^2 \tag{19}$$

(2) C_{hr} (¥×hour)：製造リサイクル時間中のリサイクル可能品を貯蔵するための保持費用

これは以下のように求められる。

$$C_{hr}=(I_F+I_G)\times h_r \tag{20}$$

(20) 式中の I_F は図 4 におけるリサイクル業者の貯蔵施設 S_2 でのリサイクル時間での処理されたリサイクル可能品の在庫量であり，I_G は処理されたリサイクル可能品の在庫量を示し，以下のように表わすことができる。

$$I_F+I_G=\frac{2\delta\alpha PD-\varphi^2\delta^2\alpha^2D^2}{2P}T^2 \tag{21}$$

これより，製造リサイクル時間中のリサイクル可能品を貯蔵するための保持費用は以下のようになる。

$$C_{hr}=h_r\left(\frac{2\delta\alpha PD-\varphi^2\delta^2\alpha^2D^2}{2P}\right)T^2 \tag{22}$$

(3) C_r (¥×hour)：製造リサイクル時間中に中古品を新規原材料と同等の品質を持つように処理するための費用（製造業者への配送費用を含む）

この費用は以下のように求められる。

$$C_r=c_r\int_0^{T_r}Pdt=\frac{c_rP}{2}T_r^2=\frac{c_rD^2}{2P}\varphi^2\delta^2\alpha^2T^2 \tag{23}$$

(4) C_c (¥×hour)：製造リサイクル時間中に市場から中古品を回収するための費用

この費用は以下のように求められる。

$$C_c = c_c \int_0^T \alpha D t dt = \frac{c_c D}{2} \alpha T^2 \tag{24}$$

3.4　リサイクル業者における問題

前節の費用項目からリサイクル業者の単位時間当たりの総費用 $C_R(\delta, \varphi, T)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} C_R(\delta, \varphi, T) &= (C_{hr}+C_{hc}+C_r+C_c)/T \\ &= \left\{ \left(\frac{(c_r-h_r)\alpha^2 D^2}{2P} \right) \varphi^2 \delta^2 - \frac{\alpha^2 D^2 h_c}{2P} \varphi \delta^2 + \alpha D h_r \delta + \alpha D h_c + \frac{\alpha D c_c}{2} \right\} T \\ &= \left\{ \frac{\alpha^2 D^2}{2P} ((c_r-h_r)\varphi - h_c)\varphi \delta^2 + \alpha D h_r \delta + \alpha D h_c + \frac{\alpha D c_c}{2} \right\} T \\ &= \{(R_1 \varphi^2 - R_2 \varphi)\delta^2 + R_3 \delta + R_4\} T \end{aligned} \tag{25a}$$

ここで，

$$R_1 = \frac{\alpha^2 D^2 (c_r - h_r)}{2P} \quad (25b) \qquad R_2 = \frac{\alpha^2 D^2 h_c}{2P} \quad (25c) \qquad R_3 = \alpha D h_r \quad (25d)$$

$$R_4 = \alpha D h_c + \frac{\alpha D c_c}{2} \quad (25e)$$

製造業者の決定した製造リサイクル時間 T^* と製造業者が決定するリサイクル利用率 φ^+ を所与としたときに，リサイクル業者の製造在庫方策は（25a）式で表されるリサイクル業者における総費用 $C_R(\delta, \varphi^+, T^*)$ を最小にする δ を決定することである。この総費用関数は φ に関して単調増加関数であり，δ に関して二次関数となり，$C_R(0, \varphi^+, T^*)>0$, $C_R(1, \varphi^+, T^*)>0$ である。そこで，二次関数の二次項の係数の正負とゼロの場合について最適リサイクル処理率を考えてみることにする。ただし，通常 (c_r-h_r) は正と考えられるので $R_1>0$ と考える。

(1)　$\varphi^+=1$ の場合

すなわち，3.2 節より，（14）式と（16）式の費用制約を満たすときに総費用関数は以下のようになる。

$$C_R(\delta, 1, T^*) = \left\{ \left(\frac{\alpha^2 D^2 (c_r - h_r - h_c)}{2P} \right) \delta^2 + \alpha D h_r \delta + \alpha D h_c + \left(\frac{\alpha D}{2} \right) c_c \right\} T^* \tag{26}$$

①　$c_r > h_r + h_c$ の場合

$C_R(\delta, 1, T^*)$ は δ に関して下に凸な二次関数となる。二次費用関数のグラフの頂点の δ 座標を δ_ν と表して，この座標と 0 と 1 との位置関係を考え最適値を決定することにする。h_r は費用であるので常に正となるので，二次関数のグラフの頂点 δ_ν は常に負となる。すなわ

ち,

$$\delta_{\nu} = -\frac{Ph_r}{\alpha D(c_r - h_r - h_c)} < 0 \tag{27}$$

このとき，二次費用関数は $0 \leqq \delta \leqq 1$ の範囲で増加関数となるので，費用関数が最小となるのは $\delta^* = 0$ のときであり，その最小値は $\{\alpha D h_c + (\alpha D c_c/2)\} T^*$ となる。

② $c_r = h_r + h_c$ の場合

$C_R(\delta, 1, T^*)$ は δ に関して一次関数であり，h_r は正であるので，$0 \leqq \delta \leqq 1$ の範囲で増加関数となる。したがって，総費用関数が最小となるのは $\delta^* = 0$ のときであり，その最小値は $\{\alpha D h_c + (\alpha D c_c/2)\} T^*$ である。

③ $c_r < h_r + h_c$ の場合

$C_R(\delta, 1, T^*)$ は δ に関して上に凸の二次関数となる。h_r は常に正であるので，二次関数のグラフの頂点 δ_{ν} は常に正となる。そこで，二次関数のグラフの頂点 δ_{ν} と，0 と 0.5 と 1 との位置関係により最適値を求めることにする。

(a) $0 \leqq \delta_{\nu} = -\dfrac{Ph_r}{\alpha D(c_r - h_r - h_c)} < 0.5$ のとき

すなわち,

$$c_r < h_r + h_c \ \text{かつ}\ c_r < h_c - \left(\frac{2P}{\alpha D} - 1\right) h_r \ \text{かつ}\ h_c > \left(\frac{2P}{\alpha D} - 1\right) h_r \tag{28}$$

の場合，$\delta^* = 1$ のときに，二次費用関数は,

$$\left\{\left(\frac{\alpha^2 D^2 (c_r - h_r - h_c)}{2P}\right) + \alpha D h_r + \alpha D h_c + \left(\frac{\alpha D}{2}\right) c_c\right\} T^*$$

の最小値をとる。このとき，(28) 式において c_r は正であるので，$h_c > (2P/(\alpha D) - 1) h_r$ でなければならない。$(2P/(\alpha D) - 1)$ は 1 より大きく，α が小さいときや P と D の差がかなりあるような製造環境では比較的大きな値となる。しかも通常 $h_r > h_c$ と考えられるので，非負の費用と考えると (28) 式が成立するのは現実的には困難と考えられる。また，この最小費用は正でなければならないので，その最小値の分子の項 $\alpha D(c_r - h_r - h_c) + 2Ph_r + 2Ph_c + Pc_c$ は正でなければならない。

(b) $\delta_{\nu} = -\dfrac{Ph_r}{\alpha D(c_r - h_r - h_c)} = 0.5$ のとき

すなわち,

$$c_r < h_r + h_c \ \text{かつ}\ c_r = h_c - \left(\frac{2P}{\alpha D} - 1\right) h_r \ \text{かつ}\ h_c > \left(\frac{2P}{\alpha D} - 1\right) h_r \tag{29}$$

の場合には，費用関数を最小とする δ は $0 \leqq \delta \leqq 1$ の範囲で，$\delta^* = 0$ と $\delta^* = 1$ である。この場合にも上記のように (29) 式の成立は費用制約を考えると現実的には困難と考えられる。

（c）$0.5 < \delta_\nu = -\dfrac{Ph_r}{\alpha D(c_r - h_r - h_c)}$

すなわち，

$$c_r < h_r + h_c \text{ かつ } c_r > h_c - \left(\frac{2P}{\alpha D} - 1\right)h_r \text{ かつ } h_c > \left(\frac{2P}{\alpha D} - 1\right)h_r \tag{30}$$

のとき，費用関数が最小値をとるのは $\delta^*=0$ のときであり，最小値は $\{\alpha Dh_c + (\alpha Dc_c/2)\}T^*$ である。この場合にも上記のように（30）式の成立は費用制約から見ると現実的には困難と考えられる。

(2) $\varphi^+=0$ の場合

（13）式の費用制約が成り立つ場合で総費用関数は（25a）式より以下のようになる。

$$C_R(\delta, 0, T^*) = \left\{\alpha Dh_r\delta + \alpha Dh_c + \left(\frac{\alpha D}{2}\right)c_c\right\}T^* \tag{31}$$

この場合，$C_R(\delta, 0, T^*)$ は δ に関して正の係数を持つ一次関数であるので，費用関数が最小となるのは $\delta^*=0$ のときである。最小値は $\{\alpha Dh_c + (\alpha Dc_c/2)\}T^*$ となる。

(3) $0<\varphi^+<1$ の場合

総費用関数は以下のようになる。

$$\begin{aligned} &C_R(\delta, \varphi^+, T^*) \\ &\quad = \frac{\alpha^2 D^2}{2P}\{(c_r - h_r)\varphi^+ - h_c\}\varphi^+\left[\delta + \frac{Ph_r}{\alpha D\{(c_r - h_r)\varphi^+ - h_c\}\varphi^+}\right]^2 T \\ &\quad\quad + \left\{\alpha Dh_c + \frac{\alpha Dc_c}{2} - \left[\frac{h_r}{2\{(c_r - h_r)\varphi^+ - h_c\}\varphi^+}\right]^2\right\}T \end{aligned} \tag{32}$$

このとき，δ に関する二次関数の係数の正負とゼロの場合に分けて考えてみる。

① $\{(c_r - h_r)\varphi^+ - h_c\}>0$ の場合

すなわち，通常 $c_r - h_r>0$ であるので，$1>\varphi^+>h_c/(c_r - h_r)$ より，$c_r - h_r>h_c$ となる。これは，c_r と h_r との差が h_c に比べて大きい場合である。このとき，二次総費用関数のグラフは下に凸の放物線となり，その頂点の δ 座標 $\delta_\nu = -Ph_r/(\alpha D\{(c_r - h_r)\varphi^+ - h_c\}\varphi^+)$ は負となる。したがって，総費用 $C_R(\delta, \varphi^+, T^*)$ は $0 \leqq \delta \leqq 1$ では増加関数となるので，$\delta^*=0$ のとき最小となる。そのときの最小値は，$\{\alpha Dh_c + \alpha Dc_c/2\}T^*$ となる。

② $\{(c_r - h_r)\varphi^+ - h_c\}=0$ の場合

すなわち，通常 $c_r>h_r$ であるので，$\varphi^+ = h_c/(c_r - h_r)$ の場合，（25a）式より $C_R(\delta, \varphi^+, T^*)$ は δ に関して正の係数を持つ一次関数となるので，費用関数が最小となるのは $\delta^*=0$ のときである。

③ $\{(c_r - h_r)\varphi^+ - h_c\}<0$ の場合

これより，$(c_r - h_r)\varphi^+ < c_r - h_r < h_c$，すなわち，$c_r < h_r + h_c$ での場合である。このとき，

二次総費用関数のグラフは上に凸の放物線となる。このとき放物線の頂点 δ_ν は正となるので，δ_ν が 0.5 未満か 0.5 以上の場合を考えることにする。

(a) $0 \leqq \delta_v = -\dfrac{Ph_r}{\alpha D\{(c_r - h_r)\varphi^+ - h_c\}\varphi^+} < 0.5$ の場合

すなわち，

$$\{(c_r - h_r)\varphi^+ - h_c\}\varphi^+ + \frac{2P}{\alpha D}h_r < 0 \tag{33}$$

の場合である。$0 \leqq \delta \leqq 1$ の範囲で総費用 $C_R(\delta, \varphi^+, T^*)$ は $\delta^* = 1$ で最小値をとる。そのときの最小値は $[\{(c_r - h_r)\alpha^2 D^2/2P\}\varphi^{+2} - \{\alpha^2 D^2 h_c/(2P)\}\varphi^+ + \alpha Dh_r + \alpha Dh_c + \alpha Dc_c/2]T^*$ となる。ただし，$\alpha D\{(c_r - h_r)\varphi^+ - h_c\}\varphi^+ + 2Ph_r + 2Ph_c + Pc_c > 0$ である。ここで，(33) 式において c_r は正であるので，$h_c > [2P/\{\alpha D(\varphi^+)^2\} - 1](\varphi^+)^2 h_r$ でなければならない。このとき $(2P/(\alpha D) - 1)$ は 1 より大きく，α が小さいときや P と D の差がかなりあるような製造環境では比較的大きな値となって，しかも通常 $h_r > h_c$ と考えられるので，費用が非負であると考えると (33) 式の成立は現実的には困難と考えられる。

(b) $\delta_\nu = -\dfrac{Ph_r}{\alpha D\{(c_r - h_r)\varphi^+ - h_c\}\varphi^+} = 0.5$ の場合

すなわち，

$$\{(c_r - h_r)\varphi^+ - h_c\}\varphi^+ + \frac{2P}{\alpha D}h_r = 0 \tag{34}$$

の場合 $0 \leqq \delta \leqq 1$ の範囲で総費用 $C_R(\delta, \varphi^+, T^*)$ は，$\delta^* = 0$ または $\delta^* = 1$ で最小値をとる。

(c) $0.5 < \delta_v = -\dfrac{Ph_r}{\alpha D\{(c_r - h_r)\varphi^+ - h_c\}\varphi^+}$ の場合

すなわち，

$$\{(c_r - h_r)\varphi^+ - h_c\}\varphi^+ + \frac{2P}{\alpha D}h_r > 0 \tag{35}$$

の場合，総費用 $C_R(\delta, \varphi^+, T^*)$ が $0 \leqq \delta \leqq 1$ の範囲で，最小となるのは $\delta^* = 0$ のときであり，その最小値は $\{\alpha Dh_c + (\alpha Dc_c/2)\}T^*$ である。以上の結果をまとめると，表 2 のようになる。

これより，リサイクル業者の最適リサイクル処理率は，費用制約や製造需要条件の仮定から現実的には困難な制約であるが，製造業者のリサイクル利用率を指定した場合，最適リサイクル処理率は 0 または 1 となる。

4. 製造業者とリサイクル業者における問題

操作変数 u を決定しようとする第 1 のプレーヤーは自己の目的関数 $J_1(u, v)$ を最小化し，

表2　リサイクル業者の最適方策

<table>
<tr><th>φ^+ の値</th><th colspan="2">費用項目に対する制約</th><th>最適リサイクル処理率 δ^*</th></tr>
<tr><td rowspan="4">$\varphi^+=1$
(14) 式と
(16) 式が
成立
かつ
$\alpha<0.5$</td><td colspan="2">$c_r \geqq h_r+h_c$</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="2">$c_r < h_r+h_c$ かつ $c_r < h_c-\left(\frac{2P}{\alpha D}-1\right)h_r$ かつ $h_c > \left(\frac{2P}{\alpha D}-1\right)h_r$
かつ $\alpha D(c_r-h_r-h_c)+2Ph_r+2Ph_c+Pc_c > 0$</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">$c_r < h_r+h_c$ かつ $c_r = h_c-\left(\frac{2P}{\alpha D}-1\right)h_r$ かつ $h_c > \left(\frac{2P}{\alpha D}-1\right)h_r$</td><td>1 or 0</td></tr>
<tr><td colspan="2">$c_r < h_r+h_c$ かつ $c_r > h_c-\left(\frac{2P}{\alpha D}-1\right)h_r$ かつ $h_c > \left(\frac{2P}{\alpha D}-1\right)h_r$</td><td>0</td></tr>
<tr><td>$\varphi^+=0$
(13) 式が
成立</td><td colspan="2"></td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="4">$0<\varphi^+<1$
(14) 式と
(15) 式が
成立
かつ
$\alpha<0.5$</td><td>$\varphi^+ \geqq \frac{h_c}{(c_r-h_r)}$</td><td>$c_r \geqq h_r+h_c$</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$\varphi^+ < \frac{h_c}{(c_r-h_r)}$</td><td>$c_r < h_r+h_c$ かつ
$\{(c_r-h_r)\varphi^+-h_c\}\varphi^+ + \left(\frac{2P}{\alpha D}\right)h_r < 0$ かつ
$h_c > \left(\frac{2P}{\alpha D(\varphi^+)^2}-1\right)(\varphi^+)^2 h_r$
ただし，$\alpha D\{(c_r-h_r)\varphi^+-h_c\}\varphi^+$
$+2Ph_r+2Ph_c+Pc_c > 0$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$c_r < h_r+h_c$ かつ
$\{(c_r-h_r)\varphi^+-h_c\}\varphi^+ + \left(\frac{2P}{\alpha D}\right)h_r = 0$ かつ
$h_c > \left(\frac{2P}{\alpha D(\varphi^+)^2}-1\right)(\varphi^+)^2 h_r$</td><td>1 or 0</td></tr>
<tr><td>$c_r < h_r+h_c$ かつ
$\{(c_r-h_r)\varphi^+-h_c\}\varphi^+ + \left(\frac{2P}{\alpha D}\right)h_r > 0$ かつ
$h_c > \left(\frac{2P}{\alpha D(\varphi^+)^2}-1\right)(\varphi^+)^2 h_r$</td><td>0</td></tr>
</table>

一方，操作変数 v を決定しようとする第2のプレーヤーは自己の目的関数 $J_2(u, v)$ を最小化することを目的とした二人のプレーヤーが存在する最適化問題において，両者に情報バイアスが存在し，しかも情報の階層性が存在する場合に，シュタッケルベルグ戦略がよく適用される。このとき，自己の戦略をはじめに発表するプレーヤーをリーダーと呼び，それにしたがって戦略を考えるプレーヤーをフォロワーと呼ぶ。例えば，u に係るプレーヤー1をリー

ダーとし，他方，v に係るプレーヤー 2 をフォロワーとすると，リーダーはフォロワーがどのようにコントロール u に合理的に反応するか知っているが，フォロワーはリーダーの合理的な反応を知らない。すなわち，リーダーはフォロワーの行動を考慮して最適化を行うことになる。シュタッケルベルグ戦略では，リーダーは自己の決定に対してフォロワーがどのような行動をとるかを事前に知ることができる場合であり，一方，フォロワーは将来に対する自己の状態を知る手段がない場合である。このような状況は，ある企業が市場の価格形成に対して有利な情報を得られる立場であったり，市場に対して圧倒的なシェアを持っていたりする場合でリーダーは市場に対して価格決定について支配的である状況と考えられている。

本論では，製造者とリサイクル業者をプレーヤーとし，リサイクル利用率 φ を決定する製造業者は自己の目的関数を最小化し，リサイクル処理率 δ を決定するリサイクル業者は自己の目的関数を最小化することを目的としている場合に両者に情報バイアスが存在し，しかも情報の階層性が存在する状況を考える。

4.1　製造業者が支配的な場合

製造業者をリーダー，リサイクル業者をフォロワーとする場合を考える。すなわち，製造業者は「リサイクル業者が，自分が決定するリサイクル利用率を所与として，自社の総費用を最小にするリサイクル処理率を決定すること」を知っているものとする。一方，リサイクル業者は製造業者が同様の行動をとることを知らないとする。

リサイクル業者の最適リサイクル処理率方策 δ^* は，3.4 節の結果から，$\delta^*=0$ または $\delta^*=1$ である。しかしながら，リサイクル業者が最適方策として，$\delta^*=0$ を採用すると製造業者の総費用 $C_M^*(\varphi, 0, T^*)$ は $2\sqrt{C_s A(\varphi, 0)}$ となる。このとき，$A(\varphi, 0)=M$ となり，製造業者の最適方策は存在しない。そこで，リサイクル業者の最適方策が $\delta^*=1$ の場合のみのシュタッケルベルグ最適方策を考えることにする。この場合は，3.4 節の結果からリサイクル利用率 φ はゼロにはならないことがわかる。リサイクル業者の最適方策が $\delta^*=1$ を採用する場合は表 2 から次のような場合である。

(14) 式と (16) 式の条件が成立する下で，$\varphi^+=1$ のときに，$c_r<h_r+h_c$ かつ $c_r \leqq h_c-(2P/(\alpha D)-1)h_r$ かつ $h_c>(2P/(\alpha D)-1)h_r$ かつ $\alpha D(c_r-h_r-h_c)+2Ph_r+2Ph_c+Pc_c>0$ である場合と，(14) 式と (15) 式の条件が成立する場合に $0<\varphi^+<h_c/(c_r-h_r)<1$ かつ $c_r<h_r+h_c$ のときで，$-2P(\alpha D)h_r \geqq ((c_r-h_r)\varphi^+-h_c)\varphi^+$ かつ，$\alpha D\{(c_r-h_r)\varphi^+-h_c\}\varphi^+ + 2Ph_r+2Ph_c+Pc_c>0$ となる場合である。これらの制約が満たされる状況で製造業者の総費用は次のようになる。

$$C_M^*(\varphi, 1, T^*) = 2\sqrt{C_s A(\varphi, 1)}$$

$$A(\varphi, 1) = K\varphi^2+L\varphi+M = K\left(\varphi+\frac{L}{2K}\right)^2+\left(\frac{4KM-L^2}{K}\right) \tag{36}$$

二次費用関数のグラフの頂点 φ_ν と φ の取りうる範囲との関係を考え最適方策を求めることにする。まず，$K>0$ であるので，L の正負で分けて考えなければならないが，$\delta^*=1$ が得られる場合には，3.2 節の結果より $L<0$ でなければならない。したがって，この条件が成り立つ場合のみ考えることにする。$L<0$ の場合はすなわち，

$$c_{pn}\left(\frac{D^2}{P}\right) < \left(\frac{(P-D)^2}{2D}\right)h_m \tag{37}$$

の場合，$A(\varphi, 1)$ のグラフの頂点の φ 座標は正となるので，頂点の φ 座標 $-L/(2K)$ が 1 以下か 1 より大きい場合に分けて考えることにする。

(1) $0 < \varphi_\nu = -\dfrac{L}{2K} \leqq 1$ の場合

この場合は $0<\varphi=-\dfrac{L}{2K}\leqq 1$ より，$-L\leqq 2K$ から，

$$c_{pn} < \left(\frac{P(P-D)^2}{2D^3}\right)h_m \text{ かつ } \left(\frac{P(P-D)^2}{D^3}\right)(0.5-\alpha)h_m \leqq (1+\alpha)c_{pn}+\alpha c_{pr} \tag{38}$$

さらに，この条件式は，$0.5>\alpha$ が必要となるので，回収率が低い場合に適用される。これより，シュタッケルベルグ最適リサイクル利用率が $\varphi^*=-L/(2K)$ のときに，二次総費用関数は最小値 $C_M^*(\varphi^*, 1, T^*)=\sqrt{C_s\{(4MK-L^2)/K\}}$ をとる。

(2) $1 < \varphi_\nu = -\dfrac{L}{2K}$ の場合

この場合は，$2K<-L$ となるから，

$$(1+\alpha)c_{pn}+\alpha c_{pr} < \left(\frac{P(P-D)^2}{D^3}\right)(0.5-\alpha)h_m \tag{39}$$

の場合で，かつ $\alpha<0.5$ の場合には，$A(\varphi, 1)$ のグラフの頂点の φ 座標が 1 より大きい場合には φ の取りうる範囲で総費用関数は減少関数となるので，$\varphi^*=1$ で総費用は最小となり，これがシュタッケルベルグ最適方策となる。そのときの総費用の最小値は $C_M^*(1, 1, T^*)=2\sqrt{C_s(K+L+M)}$ となる。なお，$0.5\leqq\alpha\leqq 1$ の場合には，条件式の左辺が負になるので，総費用を最小にする φ は存在しない。以上をまとめると表 3 のようになる。

4.2　リサイクル業者が支配的な場合

この節では，前節と逆の情報構造を考える。すなわち，リサイクル業者をリーダー，製造業者をフォロワーとするシュタッケルベルグ製造リサイクル方策を考えることにする。リサイクル業者は「製造業者の自身の総費用を最小にするようなリサイクル利用率を決定する」ということを知った上でリサイクル業者の総費用を最小にするリサイクル処理率を求めるとする。上述の 3.2 節より，限定された費用制約と製造需要条件の下で製造業者の最適なリサ

表 3　製造者のシュタッケルベルグ方策

費用項目の制約と製造環境の制約	リサイクル業者の最適方策 $\delta^*=1$ に対する製造者のシュタッケルベルグ方策 φ^*
$c_{pn} < \left(\dfrac{P(P-D)^2}{2D^3}\right)h_m$ かつ $\left(\dfrac{P(P-D)^2}{D^3}\right)(0.5-\alpha)h_m \leqq (1+\alpha)c_{pn}+\alpha c_{pr}$ かつ $\alpha < 0.5$	$-\dfrac{L}{2K}$
$c_{pn} < \left(\dfrac{P(P-D)^2}{2D^3}\right)h_m$ かつ $(1+\alpha)c_{pn}+\alpha c_{pr} < \left(\dfrac{P(P-D)^2}{D^3}\right)(0.5-\alpha)h_m$ かつ $\alpha < 0.5$	1

イクル利用率は，$\varphi^*=0$ または $\varphi^*=-L/(2K\delta)$ または $\varphi^*=1$ と求められた。これらをリサイクル業者の総費用関数 $C_R(\delta,\varphi,T^*)=(R_1\varphi^2\delta^2-R_2\varphi\delta^2+R_3\delta+R_4)T^*$ に代入して，シュタッケルベルグ最適方策を考えることにする。

(1) 製造業者の最適方策が $\varphi^*=0$ の場合

製造業者の最適方策が $\varphi^*=0$ となるのは（13）式が成り立つ場合であり，リサイクル業者の総費用関数 $C_R(\delta,0,T^*)$ は $C_R(\delta,0,T^*)=(R_3\delta+R_4)T^*$ となり，正の傾きを持つ一次関数となる。したがって，リサイクル業者のシュタッケルベルグ最適方策 δ^* は 0 となる。これはリサイクル方策を考えると意味のないものとなる。

(2) 製造業者の最適方策が $\varphi^*=1$ の場合

製造業者が最適方策 $\varphi^*=1$ を採用できるのは（14）式と（16）式と $\alpha<0.5$ が成立するときであり，リサイクル業者の総費用関数は $C_R(\delta,1)=\{(R_1-R_2)\delta^2+R_3\delta+R_4\}T^*$ となる。

① $R_1-R_2=\dfrac{\alpha^2D^2}{2P}(c_r-h_r-h_c)>0$ のとき

これは,

$$c_r > h_r+h_c \tag{40}$$

の場合で，$C_R(\delta,1,T^*)$ は δ に関して下に凸な二次関数となる。この場合，費用項目は正であるので，二次関数のグラフの頂点の δ 座標 $\delta_v=-PDh_r/\{\alpha D(c_r-h_r-h_c)\}$ は負の座標にあるので，$0\leqq\delta\leqq1$ では増加関数となる。したがって，シュタッケルベルグ最適方策は $\delta^*=0$ となる。

② $R_1-R_2=\dfrac{\alpha^2D^2}{2P}(c_r-h_r-h_c)=0$ のとき

これは，

$$c_r = h_r + h_c \tag{41}$$

の場合で，$C_R(\delta, 1, T^*)$ は，δ に関して一次関数であり h_r は正であるので，$0 \leqq \delta \leqq 1$ の範囲で増加関数となる。したがって，シュタッケルベルグ最適方策は $\delta^*=0$ となる。

③ $R_1 - R_2 = \dfrac{\alpha^2 D^2}{2P}(c_r - h_r - h_c) < 0$ のとき

これは，

$$c_r < h_r + h_c \tag{42}$$

のときで，$C_R(\delta, 1, T^*)$ は δ に関して上に凸な二次関数となる。この場合，二次関数のグラフの頂点の δ 座標 $\delta_\nu = -PDh_r/\{\alpha D(c_r - h_r - h_c)\}$ は正となるので，二次関数のグラフの頂点の座標 δ_ν と δ のとる範囲との位置関係を考えて最適方策を求める。

(a) $0 < \delta_\nu = -\dfrac{Ph_r}{\alpha D(c_r - h_r - h_c)} \leqq 0.5$ のとき

すなわち

$$h_r + h_c > c_r \geqq \left(1 - \frac{2P}{\alpha D}\right)h_r + h_c \text{ かつ } \left(\frac{2P}{\alpha D} - 1\right)h_r < h_c \tag{43}$$

のとき，$0 \leqq \delta \leqq 1$ の範囲で関数の最小値をとる δ は 1 であり，シュタッケルベルグ最適方策は $\delta^*=1$ となる。ただし，$-PDh_r/\{\alpha D(c_r - h_r - h_c)\} = 0.5$ のとき，$\delta^*=0$ も最小コストとなるので，シュタッケルベルグ最適方策となる。

(b) $0.5 < \delta_\nu = -\dfrac{Ph_r}{\alpha D(c_r - h_r - h_c)}$ のとき

すなわち，

$$c_r < \left(1 - \frac{2P}{\alpha D}\right)h_r + h_c \text{ かつ } \left(\frac{2P}{\alpha D} - 1\right)h_r < h_c \tag{44}$$

のときは $0 \leqq \delta \leqq 1$ の範囲で関数の最小値をとる δ は 0 であるので，シュタッケルベルグ最適方策は $\delta^*=0$ となる。

(3) 製造業者の最適方策が $\varphi^* = -\dfrac{L}{2K\delta}$ の場合

この方策を採用できるのは，(14) 式と (15) 式と $\alpha < 0.5$ が成立するときであり，そのときのリサイクル業者の総費用関数は $C_R(\delta, \varphi^*, T^*) = \{(R_1 L^2/(4K^2) + R_4 + ((R_2 L/(2K)) + R_3)\delta\}T^*$ となり，一次式になる。したがって，$R_2 L + 2KR_3 < 0$ の場合，すなわち，

$$-h_m h_c\left(\frac{(P-D)^2 D\alpha^3}{4P}\right) + c_{pn} h_c\left(\frac{D^4\alpha^3}{2P^2}\right) + h_m h_r (P-D)^2\alpha^3 + c_{pn} h_r\left(\frac{D^3\alpha^3}{P}\right) + c_{pr} h_r\left(\frac{D^3\alpha^3}{P}\right) < 0 \tag{45}$$

のとき，$\delta^*=1$ で最小となる。また，$R_2L+2KR_3>0$ の場合，すなわち，

$$-h_mh_c\left(\frac{(P-D)^2D\alpha^3}{4P}\right)+c_{pn}h_c\left(\frac{D^4\alpha^3}{2P^2}\right)+h_mh_r(P-D)^2\alpha^3+c_{pn}h_r\left(\frac{D^3\alpha^3}{P}\right)+c_{pr}h_r\left(\frac{D^3\alpha^3}{P}\right)>0 \tag{46}$$

のとき，$\delta^*=0$ で最小となる。しかし，このときの製造業者の最適方策 φ^* が無限大となるので，$\varphi^*=1$ が最適となる。これらの値がリサイクル業者のシュタッケルベルグ最適方策となる。以上をまとめると表 4 のようになる。

表 4　リサイクル業者のシュタッケルベルグ方策

<table>
<tr><td>製造業者の最適方策 φ^* と費用項目・製造環境の制約</td><td colspan="2">費用項目の条件</td><td>リサイクル業者のシュタッケルベルグ最適方策 δ^*</td></tr>
<tr><td>$\varphi^*=0$</td><td colspan="2"></td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="4">$\varphi^*=1$
(14) 式と (16) 式と
$\alpha<0.5$ が成立</td><td colspan="2">$c_r \geqq h_r+h_c$</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$c_r<h_r+h_c$</td><td>$c_r>\left(1-\frac{2P}{\alpha D}\right)h_r+h_c$ かつ $h_c>\left(\frac{2P}{\alpha D}-1\right)h_r$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$c_r=\left(1-\frac{2P}{\alpha D}\right)h_r+h_c$ かつ $h_c>\left(\frac{2P}{\alpha D}-1\right)h_r$</td><td>1 or 0</td></tr>
<tr><td>$c_r<\left(1-\frac{2P}{\alpha D}\right)h_r+h_c$ かつ $h_c>\left(\frac{2P}{\alpha D}-1\right)h_r$</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$\varphi^*=-\frac{L}{2K\delta}$
(14) 式と (15) 式と
$\alpha<0.5$ が成立</td><td colspan="2">$-h_mh_c\left(\frac{(P-D)^2D\alpha^3}{4P}\right)+c_{pn}h_c\left(\frac{D^4\alpha^3}{2P^2}\right)$
$+h_mh_r(P-D)^2\alpha^3+c_{pn}h_r\left(\frac{D^3\alpha^3}{P}\right)+c_{pr}h_r\left(\frac{D^3\alpha^3}{P}\right)<0$</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">$-h_mh_c\left(\frac{(P-D)^2D\alpha^3}{4P}\right)+c_{pn}h_c\left(\frac{D^4\alpha^3}{2P^2}\right)$
$+h_mh_r(P-D)^2\alpha^3+c_{pn}h_r\left(\frac{D^3\alpha^3}{P}\right)+c_{pr}h_r\left(\frac{D^3\alpha^3}{P}\right)>0$</td><td>0</td></tr>
</table>

以上から，リサイクル業者が支配的なシュタッケルベルグ製造リサイクル方策は，いくつかの費用項目の条件や製造環境があるが，製造者の最適リサイクル利用率方策が $\varphi^*=1$ または $\varphi^*=-L/2K$ のいずれかであっても，リサイクル業者のシュタッケルベルグ最適リサイクル処理率方策は 1 または 0 となることがわかる。

5. むすび

本論文では EOQ 型のリバースロジスティクスシステムにおける製造業者とリサイクル業者をメンバーとするシュタッケルベルグ製造リサイクル方策を考えた。製造業者がリサイクル業者を支配している場合には，シュタッケルベルグ最適リサイクル利用率方策が 1 または利用率の適用範囲にある値をとる場合があることがわかった。また，リサイクル業者が支配的な場合のシュタッケルベルグ最適製造リサイクル処理率は 1 または 0 となることがわかった。これらのシュタッケルベルグ製造リサイクル方策では，現実的には困難な費用項目や製造需要環境に関する制約が導出され，さらに，それらの製造リサイクル方策が中古品の回収率が低い場合にしか適用できないことがわかった。シュタッケルベルグ最適方策における費用項目の制約や製造需要環境の実際面での適用範囲を考察する必要もあろう。今後の課題としては高い回収率のときにも適用可能な製造リサイクルモデルの改良が必要となる。

参 考 文 献

(1) Banerjee, A.（1986）, "A Joint Economic-lot-size Model for Purchaser and Vendor", *Decision Science*, 17, 292–311

(2) Dobos, I., Richter, K.（2004）, "Production-inventory control in an EOQ-type reverse logistics system", In: Dyckhoff, H., Lackes, R., Reese, J.（Eds.）: "Supply Chain Management and Reverse Logistics", Springer Verlag, Berlin et al., 139–160

(3) Dobos, I., Gobsch, B., Pakhomova, N., Pishchulov, G., Richter, K.（2011）, "A Vendor-Purchaser Economic Lot Size Problem with Remanufacturing and Deposit", *Discussion Paper* 304, *European University Viadrina Frankfurt (Oder), Department of Business Administration and Economics*

(4) Dobos, I., Gobsch, B., Pakhomova, N., Pishchulov, G., Richter, K.（2013）, "Design of contract parameters in a closed-loop supply chain", *Central European Journal of Operations Research*, 21（3）, June 2013, DOI 10. 1007/s10100-013-0308-5

(5) Goyal, S., K.（1976）, "An Integrated Inventory Model for a Single Supplier-Single Customer Problem", *International Journal of Production Research*, 15（1）, 107–111

(6) Hsiao, J. M., Lin, C.（2005）, "A Buyer-vendor EOQ Model with Changeable Lead-time in Supply Chain, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 26, 917–921

(7) Monahan, J. P.（1984）, "A Quantity Discount Pricing Model to Increase Vendor Profits", *Management Science*, 30（6）, 720–726

(8) Liou, Y-C, Schaible, S. Yao, J-C.（2006）, "A Stackelberg Equilibrium Model for Supply Chain Inventory Management", *Perspectives on Operations Research: Essays in Honor of Klaus Neumann*, M. Morlock, C. Schwindt, N. Trautmann, J. Zimmermann（Eds.）, 19–338, Deutscher Universitäts-Verlag

(9) Sarmah, S. P., Acharya, D., Goyal, S. K.（2006）, "Buyer Vendor Coordination Models in Supply

Chain Management", *European Journal of Operational Research*, 175 (1), 1-15

(10) Richter, K. (1994), "An EOQ Repair and Waste Disposal Model", In: *Proceedings of the Eighth International Working Seminar on Production Economics*, Innsbruck, Vol. 3, 83-91

(11) Richter, K. (1997), Pure and Mixed Strategies for the EOQ Repair and Waste Disposal Problem, *OR-Spektrum*, 19, 123-129

(12) Richter, K., Dobos, I. (1999), "Analysis of the EOQ Repair and Waste Disposal Problem with Integer Setup Numbers", *International Journal of Production Economics*, 59, 463-467

(13) Yugang, Y., Chu, F., Chen, H. (2009), "A Stackelberg Game and Its Improvement in a VMI System with a Manufacturing Vendor", *European Journal of Operational Research*, 192, 929-948

(14) 若尾良男 (2009), "EOQ 型リバースロジスティクスシステムにおける製造リサイクル方策", 東京経大学会誌 264

（本研究は 2013 年度国内研究費による成果である）

――2014 年 9 月 9 日受領――