わが国の金融市場における
等金額ポートフォリオの有効性の検証*

重　田　雄　樹

1．はじめに

どの資産，証券にどれだけ投資を行うか，というポートフォリオ選択理論は最も盛んなファイナンス研究の一分野である。特に Markowitz（1952）において，資産の収益率の平均と分散に基づく一種の数理最適化問題として特徴づけられて以降，多くのアカデミックなポートフォリオ選択理論は何らかの数理最適化問題を解くことでポートフォリオを特定し，それに対する定量的な分析を行うという手順を踏むようになった。

一方で，そのような数理的最適化が行われない等金額ポートフォリオと呼ばれる，全ての資産，証券に同額ずつ投資を行うポートフォリオの方が，理論上最適なポートフォリオより実際の投資のパフォーマンスが良くなることがある，ということも古くより指摘されてきた。近年においても，DeMiguel et al.（2009）は，米国市場におけるさまざまな金融資産のデータセット上で，等金額ポートフォリオが各種の最適化ポートフォリオを上回る投資パフォーマンスを見せていたことを確認している。わが国においても，本多・高橋（2011）において，株式の産業別指数から作成された等金額ポートフォリオが，時価総額加重平均ポートフォリオを上回るシャープ・レシオを得ていたことが確認されている。そこで，本稿では，わが国の金融市場に焦点を当て，等金額ポートフォリオのパフォーマンスについて検証を行う。等金額ポートフォリオのパフォーマンスは，構築が容易であることを考えれば，実用上重要なトピックであり，また後述する Kirby and Ostdiek（2012）で提案されたポートフォリオのわが国におけるパフォーマンス分析という点でも本稿は貢献しうる。

本稿では，等金額ポートフォリオと，平均分散効率的なポートフォリオや大域的最小分散ポートフォリオなどの伝統的な数理最適化によるポートフォリオ，そして Kirby and Ostdiek（2012）などで提案されている伝統的ポートフォリオの実用上の短所を補正したポートフォリオの比較を行う。これらのポートフォリオの有効性をシャープ・レシオと確実性等価の二つの基準で検証する。

本稿における分析で得られた結果を以下で簡潔にまとめる。本稿で対象としたわが国の金融市場のデータセットにおいては，DeMiguel et al.（2009）で見られたような等金額ポート

フォリオの明らかな優位性は確認されなかった。しかしながら，各期のポートフォリオ・リバランスにおける取引額の平均比率を表すターンオーバーは相対的に小さく，また投資可能な資産数が増えたとしてもターンオーバーの増加が限定的であった。加えて，等金額ポートフォリオの収益率の分散は平均分散効率的ポートフォリオに比べて小さく抑えられることも分かった。ただし，Kirby and Ostdiek（2012）で提案されたポートフォリオは等金額ポートフォリオを上回るパフォーマンスを見せていた。

ここで，既存研究の動向を述べる。DeMiguel et al.（2009）において，最適化ポートフォリオに対する等金額ポートフォリオの優位性が確認された後，後続の研究ではどのように既存の最適化ポートフォリオを修正すれば良いか，ということが議論されるようになった。Kirby and Ostdiek（2012）では，既存の最適化ポートフォリオのパフォーマンスは等金額ポートフォリオには必ずしも劣っていないが，取引費用が過大になりがちであることが確認された。そのために，等金額ポートフォリオのパフォーマンスが良好となることを著者らは議論している。そこで，彼らは取引費用を抑えつつ，資産価格の変動に対する情報を取り組んだポートフォリオを提案した。彼らのバックテストにおいて，その提案ポートフォリオは実際に良好なパフォーマンスを見せている。

一方で，Tu and Zhou（2011）では，等金額ポートフォリオと既存の最適化ポートフォリオを線形的に結合するという試みがなされている。つまり，ある比率で等金額ポートフォリオに投資し，残りの資金は既存の最適化ポートフォリオに投資するというポートフォリオである。この比率は，既存の最適化ポートフォリオが事前の目的関数を最大化するのとは対照的に，事後的な平均分散型効用を最大化するように決定される。事前にいくつかのポートフォリオを特定しておき，事後的な効用を最大化する投資比率を決定するという手法は Kan and Zhou（2007）などでも行われている。Tu and Zhou（2011）はこのようにして等金額ポートフォリオを結合した最適化ポートフォリオが，等金額ポートフォリオそのものよりパフォーマンスが良いことを確認している。しかしながら，本稿では，Tu and Zhou（2011）の手法は検証の対象外とした。その理由として，Tu and Zhou（2011）の手法は安全資産への投資もポートフォリオに含むことを前提としているため，リスク資産内でのポートフォリオのパフォーマンス比較を行うためにはポートフォリオウェイトの標準化が必要となるためである。本稿においては，伝統的な最適化ポートフォリオの一つである接点ポートフォリオに限り，ポートフォリオウェイトの標準化を行い比較対象に含めることにした。加えて，Shigeta（2019）では，投資可能資産数が多い時に，モデル不確実性に対して頑健なポートフォリオ選択ルールのパフォーマンスが相対的に良好であることが確認されている。

本稿の以降の構成は以下の通りとなる。まず第 2 節において，本稿で考慮するポートフォリオを紹介する。次に第 3 節でデータセットの紹介と実証結果を示す。第 4 節はまとめとなる。

2. 本稿で考慮するポートフォリオ

本節では，本稿の分析で用いるポートフォリオについて説明を行う。特に基礎的な最適化ポートフォリオについては，簡潔な説明に留める[1)]。まず，市場には N 個のリスク資産が存在し，その N 個のリスク資産の収益率ベクトルを R と置く。R の期待値，つまり期待リターンを N 次ベクトル $\mu := E[R]$ で表し，また R の分散共分散行列を $\Sigma := Var(R)$ として表す。ここで，Σ の階数は N とし，逆行列を持つものとする。つまり，N 個のリスク資産の収益率の組は線形独立であるとする。この N 個のリスク資産に対する最適投資問題を考える。

最もよく知られるポートフォリオ選択法の一つである平均分散分析法は最終的には下記の 2 次目的関数 Q を最大化するように，N 次ベクトルであるポートフォリオウェイト w を選ぶこととして帰着できる。

$$Q(w) := w^\top \mu - \frac{\gamma}{2} w^\top \Sigma w$$

ここで，$\top$ は行列とベクトルの転置を表す。また，γ はリスクに対する態度を表す正の定数であり，相対的リスク回避度に対応する。ポートフォリオウェイト w の各要素は，その要素の添え字が対応する証券，資産にどれだけの割合の自己資金を投資するかを表している。この $Q(w)$ をポートフォリオウェイトの総和が 1 であるという制約 $1 = w^\top \mathbf{1}_N$ の下で最大化するポートフォリオウェイトが平均分散効率的なポートフォリオとなる。ここで，$\mathbf{1}_N$ は全ての要素が 1 である N 次ベクトルである。この最適なポートフォリオを w_{MV} とすると，w_{MV} は陽なる解として下記のように表現できる。

$$w_{MV} = \frac{1}{\gamma}\Sigma^{-1}\left(\mu - \frac{B}{A}\mathbf{1}_N\right) + \frac{1}{A}\Sigma^{-1}\mathbf{1}_N$$

ただし，$A = \mathbf{1}_N^\top \Sigma^{-1} \mathbf{1}_N, B = \mu^\top \Sigma^{-1} \mathbf{1}_N$ である。

一方，ポートフォリオの分散 $w^\top \Sigma w$ を最小化するポートフォリオは大域的最小分散ポートフォリオとして知られ，

$$w_{GMV} = \frac{1}{A}\Sigma^{-1}\mathbf{1}_N$$

として表される。また，安全資産の存在を仮定した時，その安全資産のリスクフリーレートを定数 r_f で表せば，接点ポートフォリオは下記のように表される。

$$w_{TP} = \frac{1}{\mathbf{1}_N^\top \Sigma^{-1}(\mu - r_f \mathbf{1}_N)}\Sigma^{-1}(\mu - r_f \mathbf{1}_N)$$

これは，後述するシャープ・レシオを最大化するポートフォリオの一つである。ただし，w_{TP} はウェイトの総和が 1 となるように標準化されており，そのために本来の接点ポートフ

ォリオとは異なる定義となっている。さらに本稿で着目する等金額ポートフォリオはここまでの記法を用いれば,

$$w_{EW} = \frac{1}{N}\mathbf{1}_N$$

として表すことが出来る。

平均分散的に最適なポートフォリオ w_{MV} は理論的にはシャープ・レシオや確実性等価リターンが高いという意味で効率的な投資となるが，DeMiguel et al.（2009）などで示されているように，等金額ポートフォリオの方が良いパフォーマンスを示すことがある。このような現象は，真に平均分散的に効率的なポートフォリオに投資することは本質的に不可能であることに原因があるとみなせる。平均分散的に効率的なポートフォリオに投資するためには，期待リターンと分散共分散行列の値が既知である必要があるが，現実には，これらの値を統計的に推定する必要がある。ゆえに，推定値に基づく平均分散的に効率的なポートフォリオは真のそれとは乖離してしまうこともありうる。このような従来のポートフォリオの問題を解決するため，Kirby and Ostdiek（2012）では，マーコヴィッツ型問題において，目標期待リターンを等金額ポートフォリオの期待リターンとした場合の最適ポートフォリオが提案されている。つまり，下記の最小化問題の解である。

$$\min_{w} w^\top \Sigma w \text{ subject to } \mathbf{1}_N^\top w = 1 \text{ and } \mu^\top w = \frac{1}{N}\mathbf{1}_N^\top \mu$$

Kirby and Ostdiek（2012）では，この最適ポートフォリオは optimal constrained portfolio（OC）と呼ばれている。OC ポートフォリオは平均分散的に効率的なポートフォリオに比べ，アグレッシブな投資ではなくなる代わりに，期待リターンにポートフォリオが依存する割合を小さくすることで，上述の推定精度に起因した問題を緩和することが出来る。Kirby and Ostdiek（2012）において，OC ポートフォリオは，取引費用を無視した場合に，等金額ポートフォリオと同等か，それ以上のパフォーマンスを持つことが示されている。

一方で，Kirby and Ostdiek（2012）は，等金額ポートフォリオの取引費用の小ささについても議論を行っている。等金額ポートフォリオは毎回のポートフォリオ・リバランスの程度が必然的に小さくなるため，その取引費用は少なくなる。しかし，OC ポートフォリオが等金額ポートフォリオと同等の取引費用を達成できるかは自明ではない。そのため，著者らは取引費用が小さくなると予想される次の 2 つの timing portfolio を提案している。下記の volatility timing portfolio（VT）は，分散の小さい資産により多くの資金を投資するようなポートフォリオとなっている。

$$w_{VT,i} = \frac{\left(\frac{1}{\sigma_i^2}\right)^{\eta}}{\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{1}{\sigma_j^2}\right)^{\eta}}, \quad i = 1, \cdots, N$$

ここで，σ_i^2 は第 i 資産の収益率の分散であり，η は非負の定数で，チューニング・パラメーターとなっている。η が 0 ならば，VT ポートフォリオは等金額ポートフォリオと一致し，無限大に発散すれば，分散が最も小さい資産に全額を投資するポートフォリオとなる。

VT ポートフォリオが分散の情報のみを用いて構築されるのに対し，reward-to-risk timing portfolio（RRT）は期待リターンの情報も用いて構築される。

$$w_{RRT,i} = \frac{\left(\frac{\mu_i^+}{\sigma_i^2}\right)^{\eta}}{\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\mu_j^+}{\sigma_j^2}\right)^{\eta}}, \quad i = 1, \cdots, N$$

ここで，$\mu_i^+ = \max\{\mu_i, 0\}$ かつ μ_i は第 i 資産の期待リターンであり，η は VT ポートフォリオと同様の非負のチューニング・パラメーターである。Kirby and Ostdiek（2012）は VT ポートフォリオと RRT ポートフォリオが，ポートフォリオ・リバランスの程度が比較的小さいままで，等金額ポートフォリオと同等かそれ以上のシャープ・レシオを達成することを実証的に確認している。本稿では，VT, RRT ともに，$\eta = 1$ とする。

投資パフォーマンスの改善法としては，Kirby and Ostdiek（2012）などのポートフォリオ構築方法そのものの新手法を提案するアプローチの他に，平均分散分析法は踏襲したままに期待リターンや分散の推定精度を向上させるアプローチがある。Jorion（1986）はベイズ統計学に基づいた期待リターンベクトルと分散共分散行列の推定値を提案している。本稿では，その推定値に基づいた平均分散的に最適なポートフォリオ w_{BS} もまた検証する。一方，Ledoit and Wolf（2004）は，資産数 N が多くなるときに分散共分散行列の推定精度が悪化する現象に対処するために，標本分散共分散行列と単位行列の加重和を分散共分散行列の推定値として提案した。具体的には，$\widehat{\Sigma}$ を標本分散共分散行列，I を単位行列とすると

$$\Sigma_{LW} := (1-\alpha)\widehat{\Sigma} + \alpha I$$

として定義される。加重の比率を表す α は 2 次の損失関数を最小化するように決められる。本稿では，Σ_{LW} に基づく平均分散的に最適なポートフォリオ MV-LW と大域的最小分散ポートフォリオ GMV-LW を検証する。表 1 に本稿で検討を行うポートフォリオを列挙している。

さらに，ポートフォリオに空売り制約を導入した場合のパフォーマンスも検証する。これは，Jagannathan and Ma（2003）などで指摘されているように，空売り制約が投資パフォ

表 1　本稿で検討するポートフォリオ

ポートフォリオ	説明
in sample	イン・サンプル・データを用いて計算した平均分散効率的ポートフォリオ
MV	アウト・オブ・サンプル・データを用いて計算した平均分散効率的ポートフォリオ
GMV	大域的最小分散ポートフォリオ
Tangency	標準化された接点ポートフォリオ
OC	Kirby and Ostdiek（2012）の optimal constrained portfolio
EW	等金額ポートフォリオ
MV-BS	Jorion（1986）で提案された推定量を用いた平均分散効率的ポートフォリオ
MV-LW	Ledoit and Wolf（2004）で提案された分散共分散行列の推定量を用いた平均分散効率的ポートフォリオ
GMV-LW	Ledoit and Wolf（2004）で提案された分散共分散行列の推定量を用いた大域的最小分散ポートフォリオ
RRT	Kirby and Ostdiek（2012）の reward-to-risk timing portfolio
VT	Kirby and Ostdiek（2012）の volatility timing portfolio

ーマンスを向上させる場合があるからである。定義より空売りが行われない EW, RRT, VT を除く全てのポートフォリオで空売りなしの場合のパフォーマンスを計算する。

3. 実証分析

3.1　データとパフォーマンス測定基準

本稿では，わが国の金融市場における等金額ポートフォリオのパフォーマンスについて検証するために，わが国の金融資産をデータセットとする。5 種類のデータセットを考慮し，そのうち 4 種類は株式からなるポートフォリオで構成され，残り 1 種類は複数の資産クラスを組み合わせたものとする。

まず，最初のデータセットとして，株式のスタイル別でソートしたものを用いる。特に時価総額（ME）と，自己資本を時価総額で割った Book-to-Market（BM）の 2 種類の株式特性でソートしたものを用いる。このソーティングは Fama and French（1993）を始めとして多くの資産価格理論や投資理論に関する研究でベンチマークとして用いられる一般的なものである。本稿では，東京証券取引所（東証）第 1 部に上場している金融業を除く全株式から，ME については中央値，BM に関しては 30% 分位点，70% 分位点をブレイクポイントとして計算し，このブレイクポイントに基づき東証第 1 部と第 2 部に上場している金融業を除く全株式を 6 つのグループに分割した上で，各グループの加重平均ポートフォリオのリターンを計算したものをデータセットの一つとして用いる。これを ME/BM 6 と呼ぶことにする。また，東証第 1 部上場株からブレイクポイントを計算した上で，ME に関して 5 分割，

BM に関しても 5 分割を行い，5×5 の 25 グループに分割したデータセットを同様に構築する。これを ME/BM 25 と呼ぶことにする。ただし，ME/BM 6 が設定したブレイクポイントに従い一度にソーティングを行ったものであるのに対し，ME/BM 25 は，まず全ての対象株式を ME で 5 つのグループに分けたのちに，各グループで BM についてのブレイクポイントを設定し，ME についてのグループごとに BM による 5 分割を行ったものを用いる。

次に，株式を産業別でソートしたものを更なるデータセットとして用いる。本稿では，東証が発表している TOPIX-17 と東証株価指数 33 業種を採用する。これらの指数はそれぞれ 17 産業別の指数と 33 産業別の指数となっている。本稿において，東証株価指数 33 業種については，TOPIX-33 と呼ぶことにする。さらに，TOPIX-17 において，トータルリターンの計算に当たり，取得したデータに一部欠損があったことから，TOPIX-33 のデータを加重平均し TOPIX-17 のポートフォリオを複製することで欠損部分を補っている。この複製による計算法で研究対象となる全データ期間の TOPIX-17 を複製した場合，欠損していない期間の TOPIX-17 のオリジナルデータとの平均平方二乗誤差（RMSE）は 0.009% であった。よって，この複製は十分に機能していると見なせる。

最後のデータセットとして，複数の資産クラスからなるものを用いる。株式市場について TOPIX（東証株価指数），東証規模別株価指数の大型株指数，中型株指数，小型株指数の 4 つの株式指数[2)]，外国為替市場について 1 米ドルあたり日本円，1 ユーロあたり日本円，1 英ポンドあたり日本円の 3 つの為替レート[3)]，株式先物市場より日経 225 先物指数，商品先物市場についてプラチナ，銀，金，ゴムの 4 つの東京商品取引所先物指数の計 12 個の金融資産を対象とする。このデータセットを VA 12 とする。

また，無リスク金利として，10 年物国債の利回りを月次換算したものを用いる。この利回りについて，2004 年以前は応募者利回り，2005 年以降は新発国債の利回りとしている。本稿で用いる全ての株式に関する収益率のデータは配当込みのトータルリターンである。

全てのデータは月次収益率とする。ME/BM 6 と ME/BM 25 については 1977 年 9 月以降，TOPIX-17 と TOPIX-33 については 1993 年 7 月以降，VA 12 については 1990 年 6 月以降のデータを用いる。データ期間の終端は全てにおいて共通で 2018 年 9 月とする。ME/BM 6 と ME/BM 25，無リスク金利に関しては，金融データソリューションズより提供されているデータを用いる。他の金融市場のデータに関しては，Thomson Reuters の Datastream より取得している。

投資パフォーマンスを測定する基準として，シャープ・レシオと確実性等価リターン（CER）の 2 つを用いる。この 2 つの指標は，DeMiguel et al.（2009）や Kirby and Ostdiek（2012）などで見られるように，投資パフォーマンスを測定する基準として広く用いられるものである。あるポートフォリオ p のシャープ・レシオ SR_p は以下のように定義される。

$$SR_p = \frac{\hat{\mu}_p^e}{\hat{\sigma}_p^e}$$

ここで，$\hat{\mu}_p^e$と $\hat{\sigma}_p^e$ はそれぞれ無リスク金利に対するポートフォリオ p の超過収益率の標本平均と標本標準偏差である。

あるポートフォリオ p の確実性等価リターン CER_p は

$$CER_p = \hat{\mu}_p - \frac{\gamma}{2}(\hat{\sigma}_p)^2$$

として定義される。ここで，$\hat{\mu}_p$と $(\hat{\sigma}_p)^2$ はそれぞれポートフォリオ p の収益率の標本平均と標本分散である。γ は相対的リスク回避度であり，分析者が事前に設定する値である。γ が大きければ，分散が小さいポートフォリオがより好まれるようになる。

本稿では固定窓によるローリングを行い，アウト・オブ・サンプルのポートフォリオのパフォーマンスを測定する。本稿で検証されるポートフォリオは，データセットを構成する資産・ポートフォリオの収益率の平均と分散・共分散の推定値をもとに各時点において計算される。各時点における平均と分散・共分散の推定値は，直近 1 か月前までの過去のデータサンプルを元に計算される。この過去のデータサンプルの長さは固定窓，つまり各時点において常に一定で 120 か月とする。このため，前述のデータセットのうち，当初 120 か月のデータはポートフォリオ構築のためにだけ用いられ，投資リターンの計算に用いられることはない。よって，本稿における投資期間は ME/BM 6 と ME/BM 25 が 1987 年 9 月から 2018 年 9 月までの 373 か月間，TOPIX-17 と TOPIX-33 が 2003 年 7 月から 2018 年 9 月までの 183 か月間，VA 12 が 2000 年 6 月から 2018 年 9 月までの 220 か月間となる。このようにして計算された各月のポートフォリオを元にポートフォリオのリターンを計算する。また，ポートフォリオ構築と CER の計算に用いる相対的リスク回避度 γ は双方とも同一の 5 とする。

3.2　実証結果

本節では，前節までの設定に基づき行った実証結果の検討を行う。以下で示す数値は全て月率換算で計算された値である。

表 2 は窓の期間を 120 か月とした本稿で考慮したポートフォリオの月次シャープ・レシオの実績値である。スタイル別データセットである ME/BM 6 と ME/BM 25 では Ledoit and Wolf（2004）による修正共分散行列を用いた平均分散効率的なポートフォリオである MV-LW のシャープ・レシオが最も高くなっている。一方で，産業別ポートフォリオである TOPIX-17 と TOPIX-33 では，大域的最小分散ポートフォリオである GMV と GMV-LW の方がシャープ・レシオは高く，全体でも最上位となっている

一方で，等金額ポートフォリオ EW について，DeMiguel et al.（2009）とは異なり，そのシャープ・レシオは低調となっている。特に，ME/BM 6 と ME/BM 25，そして資産クラス

表２　月次シャープ・レシオ（窓：120 か月）

ポートフォリオ	ME/BM 6	ME/BM 25	TOPIX-17	TOPIX-33	VA 12
in sample	0.171	0.276	0.324	0.387	0.329
MV	0.114	0.094	0.047	−0.003	0.110
GMV	0.079	0.094	0.163	0.208	0.081
Tangency	−0.070	−0.071	0.039	0.081	0.077
OC	0.075	0.088	0.144	0.151	0.077
EW	0.052	0.050	0.137	0.130	0.093
MV-BS	0.104	0.108	0.118	0.122	0.115
MV-LW	0.134	0.129	0.058	0.014	0.093
GMV-LW	0.075	0.081	0.161	0.199	0.063
RRT	NA	0.057	0.132	0.117	NA
VT	0.055	0.053	0.153	0.151	0.086
空売りなし					
MV	0.089	0.091	0.111	0.092	0.098
GMV	0.060	0.058	0.132	0.130	0.050
Tangency	0.098	0.092	0.097	0.075	0.089
OC	0.050	0.062	0.124	0.122	0.073
MV-BS	0.089	0.078	0.127	0.121	0.101
MV-LW	0.089	0.089	0.110	0.091	0.092
GMV-LW	0.058	0.060	0.134	0.132	0.058

別の VA12 の 3 つのデータセットでは，EW のシャープ・レシオは平均分散効率的な MV を下回っている。しかし，TOPIX-17 と TOPIX-33 の 2 つのデータセットでは，EW の方が MV より高いシャープ・レシオを得られている。また，接点ポートフォリオの Tangency に対しては，EW の方が全てのデータセットにおいて高いシャープ・レシオとなっている。そのため，理論的に最もシャープ・レシオが高くなりうる Tangency を上回るシャープ・レシオを EW が持つという意味で変則的な結果ではある。ただし，GMV と GMV-LW の大域的分散最小化ポートフォリオには VA12 のデータセットを除き一貫して EW のシャープ・レシオが下回っていることから，資産リターンの分散・共分散の情報は依然としてポートフォリオ構築に有用であると言える。

Kirby and Ostdiek（2012）で提案された OC ポートフォリオと 2 つの timing ポートフォリオ，RRT と VT については，RRT を除けば EW と同等かそれ以上のパフォーマンスが得られている。OC と VT は共に VA12 を除く全てのデータセットで EW より高いシャープ・レシオを得ている。この結果から，Kirby and Ostdiek（2012）によるポートフォリオはわが国の金融市場，特に株式市場においても有効であることが言える。また，Jorion（1986）による推定量を用いた平均分散効率的なポートフォリオの MV-BS はそのシャープ・レシオが ME/BM 6, ME/BM 25 と VA 12 の 3 つのデータセットで EW を上回っている。

表３　月次 CER（窓：120 か月）

ポートフォリオ	ME/BM 6	ME/BM 25	TOPIX-17	TOPIX-33	VA 12
in sample	0.167	0.814	1.122	1.566	1.162
MV	−0.646	−5.349	−1.209	−4.879	−0.999
GMV	−0.118	−0.091	0.338	0.509	0.120
Tangency	−428.165	−548.992	−76.057	−850.675	−63808.892
OC	−0.137	−0.125	0.263	0.288	0.097
EW	−0.333	−0.369	0.144	0.103	0.078
MV-BS	−0.260	−0.924	0.115	0.033	0.038
MV-LW	−0.199	−1.522	−0.796	−3.140	−0.365
GMV-LW	−0.119	−0.078	0.331	0.469	0.070
RRT	NA	−0.303	0.176	0.078	NA
VT	−0.293	−0.324	0.274	0.254	0.107
空売りなし					
MV	−0.134	−0.078	0.114	0.009	0.026
GMV	−0.210	−0.198	0.211	0.202	0.033
Tangency	−0.136	−0.085	0.045	−0.099	−0.094
OC	−0.270	−0.200	0.182	0.168	0.077
MV-BS	−0.112	−0.128	0.190	0.165	0.118
MV-LW	−0.135	−0.093	0.111	0.002	−0.011
GMV-LW	−0.223	−0.183	0.221	0.215	0.054

空売り制約について，制約なしで良好なパフォーマンスを示していたポートフォリオについてはシャープ・レシオが低下し，一方で制約なしでパフォーマンスが低調であったポートフォリオのシャープ・レシオは制約の追加により増加している。具体的には，制約なしで良好なパフォーマンスを示していた GMV, GMV-LW, MV-BS は空売り制約を導入するとほぼ全てのデータセットでシャープ・レシオが減少する。一方，制約なしではパフォーマンスが低調であった Tangency は TOPIX-33 のデータセットを除いた他 4 つのデータセットでシャープ・レシオが増加している。これは空売り制約がパフォーマンスを向上させるという Jagannathan and Ma（2003）の結果と一部整合的であるが，一方で元々良好なパフォーマンスを示していたポートフォリオが，追加制約により，そのパフォーマンスが悪化するという直観的な結果とも整合的である。

表 3 は月次の CER の実績値である。CER に関する結果はシャープ・レシオとはまた異なる様相を示している。まず，平均分散効率的なポートフォリオである MV と Tangency の CER は総じて低調である。特に MV は ME/BM 6, ME/BM 25, VA 12 の 3 つのデータセットで EW を上回るシャープ・レシオを得ていたが，CER に関しては全てのデータセットで EW を下回っている。さらに，投資できる資産数が多い 2 つのデータセット，ME/BM 25 と TOPIX-33 では，MV-BS, MV-LW なども含めた平均分散効率的なポートフォリオの CER

表 4　平均月次超過リターン（窓：120 か月，％表示）

ポートフォリオ	ME/BM 6	ME/BM 25	TOPIX-17	TOPIX-33	VA 12
in sample	1.185	2.152	1.994	2.762	2.204
MV	0.962	1.584	0.381	−0.039	1.000
GMV	0.426	0.534	0.606	0.798	0.219
Tangency	−9.120	−10.391	2.164	15.049	122.976
OC	0.405	0.502	0.544	0.587	0.220
EW	0.298	0.292	0.681	0.654	0.351
MV-BS	0.705	0.992	0.516	0.633	0.565
MV-LW	0.999	1.451	0.419	0.164	0.600
GMV-LW	0.401	0.429	0.587	0.727	0.171
RRT	NA	0.326	0.579	0.544	NA
VT	0.307	0.303	0.663	0.667	0.270
空売りなし					
MV	0.518	0.510	0.451	0.396	0.431
GMV	0.323	0.304	0.517	0.507	0.136
Tangency	0.596	0.517	0.409	0.342	0.443
OC	0.271	0.334	0.481	0.483	0.218
MV-BS	0.503	0.422	0.495	0.482	0.366
MV-LW	0.513	0.495	0.446	0.396	0.412
GMV-LW	0.310	0.317	0.521	0.513	0.160

が全て EW を下回っている。

高いシャープ・レシオを得られていた平均分散効率的なポートフォリオでさえ，その CER が比較的低調である一つの要因として，これらのポートフォリオが高い期待リターンによって，大きな標準偏差を補償していたということがある。定義より，相対的リスク回避度である γ が大きいと，標準偏差が大きくなるポートフォリオは，たとえ期待リターンが高かったとしても，CER は小さくなる。

表 4 は平均月次超過リターンである。投資可能な資産数の多い ME/BM 25 では MV, MV-LW, MV-BS が全ポートフォリオの中で上位となる高い平均月次超過リターンを得ている。一方，同様に投資可能な資産数の多い TOPIX-33 では，Tangency が 15.049% と全ポートフォリオの中で最大の平均月次超過リターンを得ている。しかしながら，表 3 で見るように TOPIX-33 での Tangency の CER は全てのポートフォリオの中で最も低くなっている。さらに，Tangency は ME/BM のデータセットでは双方ともに −9% を下回る平均超過リターンとなっている。このような Tangency の収益のばらつきは，ポートフォリオウェイトの総和を 1 にする標準化に起因していると考えられる。

表 5 は月次超過リターンの標準偏差である。Tangency の TOPIX-33 における標準偏差は 186.094% と非常に大きく，全てのポートフォリオの中で最大である。また，平均分散的に

表５　月次超過リターンの標準偏差（窓：120 か月，％表示）

ポートフォリオ	ME/BM 6	ME/BM 25	TOPIX-17	TOPIX-33	VA 12
in sample	6.937	7.806	6.159	7.139	6.700
MV	8.465	16.870	8.166	14.030	9.125
GMV	5.411	5.697	3.717	3.830	2.690
Tangency	129.497	146.794	55.960	186.094	1599.150
OC	5.404	5.702	3.786	3.882	2.858
EW	5.724	5.833	4.960	5.013	3.767
MV-BS	6.785	9.167	4.372	5.213	4.937
MV-LW	7.439	11.236	7.187	11.634	6.469
GMV-LW	5.325	5.265	3.650	3.660	2.708
RRT	NA	5.721	4.385	4.662	NA
VT	5.617	5.714	4.319	4.427	3.128
空売りなし					
MV	5.797	5.570	4.071	4.312	4.413
GMV	5.373	5.252	3.912	3.910	2.717
Tangency	6.068	5.625	4.202	4.554	4.976
OC	5.399	5.374	3.878	3.959	2.983
MV-BS	5.666	5.429	3.909	3.970	3.631
MV-LW	5.781	5.572	4.063	4.340	4.492
GMV-LW	5.368	5.244	3.887	3.877	2.741

効率的な MV と MV-LW は ME/BM 25 と TOPIX-33 で 10% を超過する標準偏差となっている。これらの結果から，平均分散効率的なポートフォリオは高い平均超過収益率の代償として大きなボラティリティに晒されるということが分かる。これらの結果は Kirby and Ostdiek（2012）などの先行研究と整合的である。

大域的最小分散ポートフォリオの GMV, GMV-LW や OC, RRT, VT は比較的高い CER を得ている。RRT を除く 4 つのポートフォリオは，VA 12 を除く 4 つのデータセットで EW より CER が高くなっている。EW も含め，これら 6 つのポートフォリオは，平均月次超過リターンが全てのデータセットで 1% 未満と比較的小さいが，標準偏差も同様に 6% 未満と小さい。よって，これらのポートフォリオは，どちらかといえば低いボラティリティで平均分散効率性を獲得している事が分かる。

ポートフォリオの実行可能性という観点では，ターンオーバーも重要になる。ターンオーバーとは，各期のポートフォリオ・リバランスにおいて，証券価格の変動や推定値の変更に伴うポートフォリオの調整により必要な取引額の，現在の資産額に対する割合の平均である。表 6 は月次のターンオーバーを表している。MV, Tangency, MV-BS, MV-LW などの平均分散効率的なポートフォリオのターンオーバーは平均的に高くなっており，これらのポートフォリオは各期のポートフォリオ・リバランスで多くの取引を要することが分かる。一方

表６　月次ターンオーバー（窓：120 か月）

ポートフォリオ	ME/BM 6	ME/BM 25	TOPIX-17	TOPIX-33	VA 12
in sample	0.172	0.777	0.495	0.876	1.455
MV	1.112	8.294	1.626	4.107	11.676
GMV	0.209	0.966	0.215	0.405	0.760
Tangency	69.939	449.926	114.558	100.931	674.509
OC	0.252	1.024	0.279	0.450	1.110
EW	0.016	0.018	0.028	0.032	0.032
MV-BS	0.628	3.001	0.554	0.949	5.120
MV-LW	0.526	3.434	1.203	2.695	0.553
GMV-LW	0.095	0.488	0.163	0.289	0.061
RRT	NA	0.072	0.093	0.096	NA
VT	0.017	0.019	0.028	0.032	0.026
空売りなし					
MV	0.079	0.152	0.159	0.170	0.123
GMV	0.051	0.093	0.059	0.082	0.057
Tangency	0.085	0.133	0.213	0.215	0.150
OC	0.076	0.129	0.133	0.135	0.089
MV-BS	0.071	0.131	0.093	0.101	0.093
MV-LW	0.079	0.153	0.159	0.170	0.116
GMV-LW	0.046	0.079	0.055	0.074	0.041

で，EW, RRT, VT におけるターンオーバーは相対的に低く，これらのポートフォリオは取引手数料などの摩擦費用の影響を受けづらいことが分かる。また，EW, RRT, VT のターンオーバーについて見られる特徴として，投資可能な資産額が増えたとしてもターンオーバーの増加は限定的であるということがある。例えば，ME/BM 25 におけるターンオーバーは ME/BM 6 のそれに比べ，MV でおよそ 7.459 倍，GMV でおよそ 4.622 倍となっているのに対し，EW はおよそ 1.125 倍，VT はおよそ 1.118 倍となる。そのため，EW, RRT, VT は取引費用の面で見た時に資産数の増加に頑健な投資戦略であると言える。EW, RRT, VT のこれらの特徴は DeMiguel et al.（2009）や Kirby and Ostdiek（2012）でも議論されており日本市場においても整合的な結果となっている。また，空売り制約もまたターンオーバーの軽減に貢献している。いずれのポートフォリオについても空売り制約下におけるターンオーバーは，制約なしの場合と比べて，大きく低下している。特に顕著な例として，Tangency は空売り制約なしの場合は，いずれのデータセットもそのターンオーバーが 60 以上であったのに対し，空売り制約下では全てのデータセットでターンオーバーが 0.3 以下となっている。

最後に，頑健性分析の一つとして，ポートフォリオ構築のための平均や分散などの推定における固定窓の長さを 120 か月から 60 か月に短縮した場合の結果を考察する。表 7 は固定窓の長さが 60 か月の場合の月次シャープ・レシオを示している。全体の傾向としてシャー

表７　月次シャープ・レシオ（窓：60 か月）

ポートフォリオ	ME/BM 6	ME/BM 25	TOPIX-17	TOPIX-33	VA 12
in sample	0.171	0.276	0.324	0.387	0.329
MV	0.150	0.077	0.099	−0.104	0.128
GMV	0.082	0.098	0.193	0.158	0.062
Tangency	0.074	0.044	−0.078	−0.042	−0.082
OC	0.076	0.089	0.186	0.120	0.091
EW	0.052	0.050	0.137	0.130	0.093
MV-BS	0.145	0.105	0.141	−0.016	0.115
MV-LW	0.194	0.147	0.088	−0.048	0.120
GMV-LW	0.088	0.083	0.184	0.193	0.059
RRT	NA	NA	NA	NA	0.108
VT	0.057	0.056	0.155	0.152	0.080
空売りなし					
MV	0.085	0.080	0.089	0.073	0.153
GMV	0.087	0.076	0.135	0.120	0.031
Tangency	0.082	0.086	0.113	0.108	0.153
OC	0.076	0.078	0.137	0.127	0.090
MV-BS	0.084	0.084	0.114	0.114	0.100
MV-LW	0.085	0.080	0.085	0.077	0.132
GMV-LW	0.076	0.078	0.139	0.119	0.056

プ・レシオの悪化が見られるが，依然として 120 か月の場合の順位から大きく変わることはない。また OC, RRT, VT は窓の長さが短くなったとしてもパフォーマンスの変化があまりないことが分かる。例えば，OC の ME/BM 6 と ME/BM 25 におけるシャープ・レシオは，窓の長さが 120 か月の場合はそれぞれ 0.075 と 0.088 となる。一方で，窓の長さが 60 か月の場合はそれぞれ 0.076 と 0.089 であり，大きな変化が見られない。VT, RRT にも同様の傾向が見られている。よってこれらのポートフォリオのパフォーマンスは推定における窓の長さに対して頑健であると言える。

4. まとめ

本稿では，わが国の金融市場における等金額ポートフォリオの有効性について，実際の証券価格データをもとに検討を行った。わが国の金融市場においては，DeMiguel et al.（2009）が米国の株式市場において確認したような，等金額ポートフォリオの明らかな優位性は見られず，平均分散効率的なポートフォリオのシャープ・レシオが等金額ポートフォリオのそれを上回る場合が多く見られた。一方で，より分散の影響が大きくなる確実性等価リターンによる比較では，等金額ポートフォリオが平均分散効率的なポートフォリオを上回る

パフォーマンスを上げている。この結果は等金額ポートフォリオの収益率の分散が他のポートフォリオと比べた場合に小さい値を取っていたことに起因している。また，各期における取引額の比率を表すターンオーバーについて，等金額ポートフォリオは他と比較した際に極めて小さい値を取っていた。これは先行研究の結果と整合的であり，等金額ポートフォリオが実際の投資戦略として実行しやすいという特徴を捉えている。加えて，Kirby and Ostdiek（2012）で提案された OC ポートフォリオや timing ポートフォリオは等金額ポートフォリオの持つ特徴である低い分散とターンオーバーを実現しながら，そのパフォーマンスは良好であった。よって，わが国の金融市場においても Kirby and Ostdiek（2012）で提案された投資戦略が有効であると言える。

最後に本稿の限界と今後の課題について述べる。本稿では我が国の金融市場のデータセットについて，実証的な分析を行ったが，各データセットにおける投資可能な資産は最大でも東証業種別株価指数の 33 資産であり，ポートフォリオ・マネージャーが実際に投資しうる資産数に比べるとやや少ない。等金額ポートフォリオは，投資可能な資産数の増大に伴い増加する推定誤差に対して頑健であるため，より大きな資産ユニバースにおいては日本市場でも等金額ポートフォリオが効率的となる可能性はある。また，本稿で検証したデータセットは株式のみからなるものが 4 つで，多様な金融資産からなるデータセットは 1 つのみである。よって，株式ではない金融資産への投資における等金額ポートフォリオの有効性は限定的な形でしか検証できていない。そのため，より多様な金融資産からなるデータセットを構築し，そのデータセットにおける等金額ポートフォリオの有効性を検証することが今後の課題の一つである。

＊本稿は，2018 年度個人研究助成費 18-13 による研究成果の一部である。

注 ――――――――

1）基礎的な最適化ポートフォリオについては，Back（2017）などが詳しい。

2）2019 年 10 月現在において，東証規模別株価指数は TOPIX ニューインデックスシリーズにより代替可能となっている。具体的には，大型株指数が TOPIX 100，中型株指数が TOPIX Mid400，小型株指数が TOPIX Small と同一の構成銘柄により作成されている。本稿でニューインデックスシリーズではなく東証規模別株価指数を用いる理由は，東証規模別株価指数の方がより長期間の時系列データを得られるためである。

3）ユーロ導入以前のデータに関しては，Thomson Reuters により計算された交換比率を用いている。

参 考 文 献

本多俊毅・高橋克典（2011）「株式市場インデックスの再検討―リスク削減とインデックスへの分散投資効果―」『証券アナリストジャーナル』49 巻 12 月号，91-101。

Back, K. E. (2017) *Asset Pricing and Portfolio Choice Theory* (2nd ed.). New York: Oxford University Press.

DeMiguel, V., Garlappi, L., and Uppal, R. (2009) "Optimal versus naive diversification: How inefficient is the $1/N$ portfolio strategy?" Review of Financial Studies, 22 (5), 1915-1953.

Fama, E. F., and French, K. R. (1993) "Common risk factors in the returns on stocks and bonds." Journal of Financial Economics, 33 (1), 3-56.

Jagannathan, R., and Ma, T. (2003) "Risk reduction in large portfolios: Why imposing the wrong constraints helps." Journal of Finance, 58 (4), 1651-1683.

Jorion, P. (1986) "Bayes-Stein estimation for portfolio analysis." Journal of Financial and Quantitative Analysis, 21 (3), 279-292.

Kan, R., and Zhou, G. (2007) "Optimal portfolio choice with parameter uncertainty." Journal of Financial and Quantitative Analysis, 42 (3), 621-656.

Kirby, C., and Ostdiek, B. (2012) "It's all in the timing: Simple active portfolio strategies that outperform naïve diversification." Journal of Financial and Quantitative Analysis, 47 (2), 437-467.

Ledoit, O., and Wolf, M. (2004) "A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices." Journal of Multivariate Analysis, 88 (2), 365-411.

Markowitz, H. (1952) "Portfolio selection." Journal of Finance, 7 (1), 77-91.

Shigeta, Y. (2019) "Ambiguity matters if you invest in many assets." working paper.

Tu, J., and Zhou, G. (2011) "Markowitz meets Talmud: A combination of sophisticated and naive diversification strategies." Journal of Financial Economics, 99 (1), 204-215.