

# オプション市場は「コロナ・ショック」を 予見したか

—インプライド・リスク中立分布による考察—

小 暮 厚 之

## 1 はじめに

リスク中立分布は、金融資産の将来価値変動とそれに対する投資家のリスク回避度を反映している。このようなリスク中立分布の特性に着目して、オプション取引などの市場情報からリスク中立分布を導出し、その挙動に基づいて将来の株価や金利の予測を試みる研究が多くなされている。例えば、白塚・中村 (1998), Gemmill and Saffekos (2000), Wilkens (2005), Barletta et al. (2019) などを参照されたい。本稿では、新型コロナウイルス (COVID-19) 感染症の報道発表が始まった 2020 年 1 月から 3 月までの期間を適用対象とし、オプション市場から導出されるリスク中立分布 (いわゆるインプライド・リスク中立分布) が 2020 年 2 月下旬から 3 月中旬にかけて生じた「コロナ・ショック」とも呼ばれる株価の急落を予見する兆候となったかどうかを検討する。平常時のインプライド・リスク中立分布の予測可能性に的を絞っていた従来の研究に対して、本稿の関心は、マーケット・クラッシュを引き起こすような異変時における予測可能性にある。

以下の第 2 節では、まずリスク中立分布について説明し、実確率分布<sup>1)</sup> とリスク選好度との関係について述べる。第 3 節では、オプション取引の価格データからインプライド・リスク中立分布を導出するアプローチを紹介する。導出のアプローチとして様々な手法が提案されているが、本稿で採用する混合対数正規分布によるアプローチについて特に詳しく述べる。第 4 節では、インプライドリスク中立分布を導出する具体的な手順を例示する。第 5 節では、2020 年 1 月から 3 月の各取引日におけるインプライド・リスク中立分布の特性値として、その収益率の標準偏差、歪度、尖度を算出する。時系列的に表示された各特性値は、1 か月に数回程度の頻度で上方あるいは下方ジャンプを示す。このような各特性値の挙動と対応する株価との関係を視覚的に探る。第 6 節で結論を述べる。

オプション市場は「コロナ・ショック」を予見したか

## 2 リスク中立分布

### 2.1 リスク中立分布とは何か

ある資産の将来時点  $T(>0)$  のペイオフを  $X_T$  とする。その資産の現在時点 0 の価格  $X_0$  は、 $X_T$  を（確率的）割引ファクター  $M_T$  によって割り引くことにより

$$X_0 = E_P[M_T X_T]$$

として求められると考える。ここで、 $E_P$  は、実確率分布  $P$  に関する期待値を表す。割引債の場合のように、 $X_T$  が確定的な場合は

$$X_0 = E_P[M_T] X_T$$

となる。このとき、一定の金利（リスクフリーレート）を  $r$  とすれば、 $X_T = e^{-rT} X_0$  となり、割引ファクターの期待値は

$$E_P[M_T] = e^{-rT}$$

と表される<sup>2)</sup>

任意の  $X_T$  に対して、

$$E_P[M_T X_T] = e^{-rT} E_Q[X_T]$$

によって新たな確率分布  $Q$  を定義する。ここで  $E_Q$  は  $Q$  に関する期待値を表す。 $Q$  をリスク中立分布という。

リスク中立分布を用いると現在時点の価格は

$$X_0 = e^{-rT} E_Q[X_T]$$

と表せる。すなわち、金融資産の価格は、その将来ペイオフのリスク中立分布に関する期待値を取り、金利で割り引くことによって得られる。これは投資家がリスク中立的であると想定されるような仮想的な世界における価格付けである。典型的な投資家はリスク回避的であるため、リスク中立分布  $Q$  は実際の世界で想定される実確率分布  $P$  とは異なる。

### 2.2 リスク中立分布とリスク選好

リスク中立分布が一意に定まるような完備市場における代表的投資家を考える。この代表的投資家の効用関数を  $u$  とするとき、その絶対的リスク回避度は

$$\eta(x) = -\frac{u'(x)}{u''(x)} \quad (1)$$

と定義される。このとき、リスク中立確率密度  $q(x) = dQ(x)/dx$  と実確率密度  $p(x) = dP(x)/dx$  の間で以下の関係が成立することが知られている（例えば、Jackwerth (2000), 小暮・高山 (2007) を見られたい）。

$$\frac{q'(x)}{q(x)} = -\eta(x) + \frac{p'(x)}{p(x)}$$

この式から、リスク中立密度は

$$q(x) \propto u'(x)p(x) \quad (2)$$

と表せる。ただし、この式中の  $\propto$  は、比例定数を除いて左辺が右辺に等しい事を表す。

効用関数が、指数型

$$u(x) = \frac{1}{a}(1 - e^{-ax}), \quad (a > 0)$$

の場合には  $u'(x) = e^{-ax}$  となり、

$$q(x) \propto e^{-ax}p(x)$$

と表せる。また、べき乗型効用関数

$$u(x) = \begin{cases} \frac{x^{1-b}-1}{1-b}, & (b \neq 1) \\ \log x, & (b = 1) \end{cases}$$

の場合には、 $u'(x) = x^{-b}$  となり、リスク中立密度は

$$q(x) \propto x^{-b}p(x)$$

となる。

(2) から、実確率密度は

$$p(x) \propto \frac{1}{u'(x)}q(x)$$

と表される。一般には、 $q$  と  $u'$  は時間とともに変化するであろう。しかし、もしも投資家のリスク選好が安定しており  $u'$  が短期的には大きく変化しないとすれば、将来の価格変動の急激な変化は、リスク中立分布  $q$  の急激な変化の結果と考えられる。

### 2.3 リスク中立分布と株式オプション価格

株式を原資産とするオプションを考える<sup>3)</sup>。この株式の時点  $t$  における価格を  $S_t$  と記す。コールオプションとは将来の満期時点  $T (> 0)$  において、株価が  $K$  円以上値上がりしたときに  $S_T - K$  円を支払う金融取引である。時点  $T$  におけるコールオプションとプットオプシ

オプション市場は「コロナ・ショック」を予見したか

ョンのペイオフは、それぞれ

$$C_T \equiv \max(S_T - K, 0), \quad P_T \equiv \max(K - S_T, 0)$$

と定義される。以下では満期時点  $T$  のみで決済を行うヨーロピアン・オプションのみを考える。

時点 0 における株価  $S_0$  の水準  $s_0$  を所与とする  $S_T$  のリスク中立確率を  $q(s|s_0)$  とすると、このコールオプションの時点 0 における理論価格は、

$$C_0 = e^{-rT} E_q[C_T | s_0] = e^{-rT} \int_K^\infty (s - K) q(s | s_0) ds \quad (3)$$

と与えられる。対応するプットオプションの 0 時点価格  $P_0$  は、プットコールパリティ

$$C_0 = P_0 + s_0 - e^{-rT} K \quad (4)$$

から求められる。

Breeden and Litzenberger (1978) で最初に示されたように、(3) を  $K$  に関して 2 回偏微分すると

$$\frac{\partial^2 C_0}{\partial K^2} = e^{-rT} q(K | s_0)$$

が成立し、この式を  $K = s$  で評価することにより、リスク中立確率密度が得られる：

$$q(s | s_0) = e^{rT} \frac{\partial^2 C(0)}{\partial K^2} \Big|_{K=s} \quad (5)$$

従って、様々な行使価格に対するオプション価格が与えられれば、それらに基づく (5) の右辺の推定を通して、リスク中立分布を求めることができる。

## 2.4 ブラック＝ショールズモデルと効用関数

理論的なオプション価格を導くモデルとして、最も有名なブラック＝ショールズ (BS) モデルでは、株価  $S_t$  が幾何ブラウン運動

$$dS_t = \mu S_t + \sigma S_t dW_t$$

に従うと仮定される。ここで、 $W_t$  は標準ブラウン運動であり、 $\mu$  と  $\sigma$  はそれぞれドリフト係数、拡散係数と呼ばれるパラメータである。このとき、行使価格が  $K$  円であり、満期が  $T$  のヨーロピアン・コールオプションの 0 時点の理論価格は

$$C_0^{\text{BS}} = s_0 \Phi(d_1(K)) - K e^{-rT} \Phi(d_2(K)) \quad (6)$$

と与えられる。ここで、 $\Phi$  は標準正規分布の分布関数であり、 $d_1(K)$  と  $d_2(K)$  は

$$d_1(K) \equiv \frac{-\log(K/s_0) + rT + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

及び

$$d_2(K) \equiv d_1(K) - \sigma\sqrt{T}$$

と定義される。このとき、(5) の関係に、(6) を適用すると、BS モデルにおける株価  $S_T$  のリスク中立密度は

$$\begin{aligned} q_{\text{BS}}(s|s_0) &= e^{rT} \frac{\partial^2 C_0^{\text{BS}}}{\partial K^2} \Big|_{K=s} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\sqrt{T}s} \exp \left[ -\frac{\left( \log s - \left( \log s_0 + rT - \frac{1}{2}\sigma^2 T \right) \right)^2}{2\sigma^2 T} \right] \\ &= \frac{1}{\sigma\sqrt{T}s} \phi(d_2(s)) \end{aligned} \quad (7)$$

と求められる。ここで、 $\phi$  は標準正規分布の密度関数である。

一方、BS モデルが想定する実確率分布では、 $\log S_T - \log s_0$  が平均  $(\mu - \sigma^2/2)T$ 、分散  $\sigma^2 T$  の正規分布に従うため、 $S_T$  は対数正規分布に従い、その確率密度関数は

$$p(s|s_0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{T}s} \phi(d_2(s) + \mu T - rT)$$

と与えられる。従って、BS モデルの絶対的リスク回避度 (1) は

$$\eta(s) = \frac{q'(s)}{q(s)} - \frac{p'(s)}{p(s)} = \frac{(\mu - r)/\sigma^2}{s}$$

となる。2.2 節で見たように、 $b = (\mu - r)/\sigma^2$  と置くと、これはべき乗型効用関数の絶対的危険回避度に一致する。言い換えれば、BS モデルでは、べき乗型効用関数を想定したオプション価格評価を行っていることになる。

### 3 オプション価格からのリスク中立分布の推定

#### 3.1 非構造的アプローチ

BS モデルに代表される標準的なオプション価格理論では、株価変動の確率的構造をあらかじめ完全に特定化することによって、リスク中立分布やオプション価格を求める。しかし、そのようにして導出された理論的なオプション価格は必ずしも実際に観測されるオプション価格と整合しない。これに対して、非構造的アプローチでは、確率構造をあらかじめ完全に特定化することなく、観測されるオプション価格と整合するようにリスク中立分布を求める。

オプション市場は「コロナ・ショック」を予見したか

Jondeau et al. (2007) は、確率構造の特定化のレベルに応じて、非構造的なアプローチを、パラメトリック法、セミ・パラメトリック法、ノン・パラメトリック法の3種類に分類している。

パラメトリック法は、リスク中立株価の確率分布として、(BSモデルに対応する)対数正規分布以外のパラメトリック・モデルを用いる。多くの場合、対数正規分布分布を含むより大きな分布族を考える。典型的な例は、複数の対数正規分布の混合分布を用いるアプローチである。これは本稿で採用するアプローチであり、以下の3.2節で詳しく述べる。

セミ・パラメトリック法では、エッジワース展開やエルミート展開に基づく近似式をリスク中立分布として利用する。ノンパラメトリック法では、関数形をまったく前提とせず、平滑化法としてよく知られているスプライン法やカーネル法を応用してリスク中立分布の導出を試みる。ただし、その適用は、一般に大規模なデータを必要とする。比較的小規模なデータによって適用可能なノンパラメトリック法として、ツリー法と呼ばれる手法も提案されている。非構造的アプローチの詳細については、Jondeau et al. (2007) の11章やMizrach (2010) を参照されたい。実際の適用においてどの手法を使うべきかは、入手可能なデータの種類や期間、分析の目的によって異なるであろう。Sestanovic et al. (2018) は、非構造的アプローチのいくつかの手法を比較し、混合対数正規モデルの優越性を指摘している。

### 3.2 混合対数正規分布

BSモデルでは、株価 $S_T$ は対数正規分布に従う。これは、収益率 $R = \log S_T - \log s_0$ が正規分布に従うことを意味する。しかし、観察される実際の収益率の確率分布はしばしば正規性から乖離する。この乖離を許容するモデルとして2つの正規分布を混合して用いる混合正規モデル

$$\alpha\phi(r|m_1, v_1) + (1-\alpha)\phi(r|m_2, v_2)$$

がしばしば用いられる。ここで、 $\phi(\cdot|m, v)$ は平均が $m$ 、分散が $v^2$ の正規分布 $N(m, v^2)$ の密度関数であり、 $\alpha(0 \leq \alpha \leq 1)$ は2つの正規密度を混合させる加重である。このとき株価 $S_T = s_0 \exp(R)$ の分布関数は

$$\Pr(S_T \leq s | s_0) = \Pr(R \leq \log s - \log s_0 | s_0)$$

となる。両辺を $s$ で微分すると、株価の密度関数は

$$\begin{aligned} f(s | s_0, \theta) &= [\alpha\phi(\log s - \log s_0 | m_1, v_1^2) + (1-\alpha)\phi(\log s - \log s_0 | m_2, v_2^2)] \times 1/s \\ &= \alpha\phi(\log s - \log s_0 | m_1, v_1^2) \times 1/s + (1-\alpha)\phi(\log s - \log s_0 | m_2, v_2^2) \times 1/s \\ &= \alpha l(s | \log s_0 + m_1, v_1) + (1-\alpha)l(s | \log s_0 + m_2, v_2) \end{aligned} \quad (8)$$

となる。ここで、 $\theta \equiv (\alpha, m_1, m_2, v_1, v_2)$  であり、

$$l(s|m, v) = \frac{1}{s} \phi(\log s|m, v)$$

はパラメータが  $m, v$  の対数正規分布である<sup>4)</sup>。このように、収益率が混合正規分布に従う場合、対応する株価は混合対数正規分布に従う。

### 3.3 混合対数正規分布の下でのオプション価格

$S_0 = s_0$  を所与とするとき、株価  $S_T$  のリスク中立確率分布が混合対数正規分布

$$q(s|s_0) = \alpha l(s|m_1, v_1) + (1-\alpha) l(s|m_2, v_2)$$

に従うとしよう。このとき、行使価格が  $K$  円であり、満期が  $T$  のヨーロピアン・コールオプションの 0 時点のオプション価格は

$$\begin{aligned} C_0^{1N} &= e^{-rT} E_Q[C_T|s_0] \\ &= e^{-rT} \{ \alpha [e^{m_1 + \frac{1}{2}v_1^2} \Phi(d_{1,1}) - K \Phi(d_{2,1})] + (1-\alpha) [e^{m_2 + \frac{1}{2}v_2^2} \Phi(d_{1,2}) - K \Phi(d_{2,2})] \} \quad (9) \end{aligned}$$

と与えられる。ここで

$$d_{1,i} \equiv \frac{-\log K + m_i + v_i^2}{v_i}, \quad d_{2,i} \equiv d_{1,i} - v_i \quad (i=1, 2)$$

とする<sup>5)</sup>。ただし、リスク中立化の条件として

$$s_0 = e^{-rT} E_Q[S_T|s_0] = e^{-rT} \left[ \alpha \exp \left\{ m_1 + \frac{1}{2} v_1^2 \right\} + (1-\alpha) \exp \left\{ m_2 + \frac{1}{2} v_2^2 \right\} \right]$$

という制約を課す。

## 4 リスク中立分布導出手順の例示

本稿では、日経平均 225 株価のリスク中立分布が (9) によって与えられるという想定の下で、オプション取引価格から各取引日におけるリスク中立確率を導出する。以下では、その導出の手順を例示する。

### 4.1 日経 225 オプション

日経 225 オプションは日経 225 平均株価指数を対象とするヨーロピアン・オプションである。各オプションの満期がある月を限月という。オプションの決済は限月の第 2 金曜日 (SQ 日) に行われ、取引最終日は SQ 日の前営業日である。ただし、2015 年 5 月から取引が開始された「日経 225 weely オプション」の場合には、第 2 金曜日以外の毎週金曜日に決

オプション市場は「コロナ・ショック」を予見したか

図1 2月限月取引のコールとプットのオプション価格

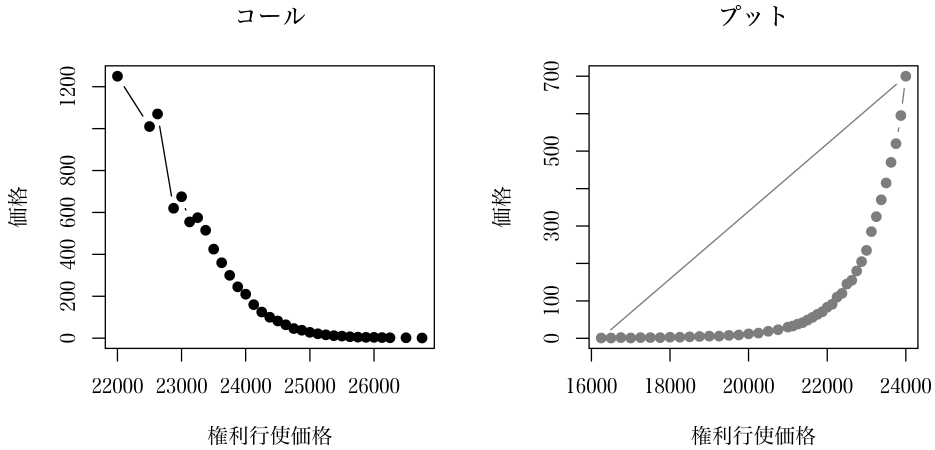
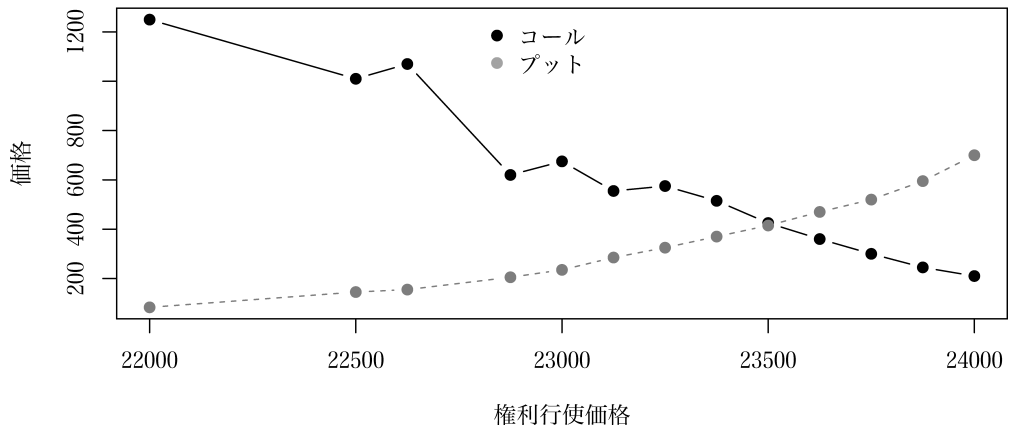


図2 2月限月取引における共通な行使価格に対するコールとプットのオプション価格

2020年1月7日



済が行われる。今回の分析では、「日経 225 weekly オプション」は対象とせず、従来から行われている通常のオプション取引のみを扱う。図1は、2020年1月7日における2月限月のコールオプション（左）とプットオプション（右）の各取引の価格（終値）を示す。

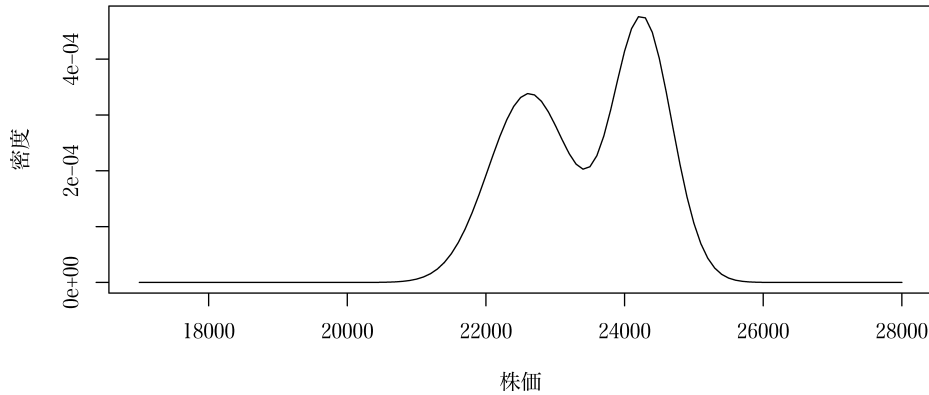
本稿の分析では、共通の行使価格があるコールオプションとプットオプションのデータのみを用いる。これらの終値は図2の通りである。

#### 4.2 導出の手順

時点  $t$  において、共通の  $N$  個の行使価格  $\{K_i\}$  に対するコールオプション取引価格  $\{C_{it}\}$ ,



図 3 1月7日のオプション価格に基づく2月23日のインプライド・リスク中立株価分布  
リスク中立分布: 2020年1月7日



プットオプション取引価格  $\{P_{it}\}$  及び原資産である株価  $S_t$  が得られているものとする。それらの混合対数正規分布に基づくコールオプションとプットオプションのモデル価格をそれぞれ  $c(K_i, \tau, \theta)$ ,  $p(K_i, \tau, \theta)$  とするとき、誤差関数

$$L(\theta) = \sum_{i=1}^N w_{ic} (C_{it} - c(K_i, \tau, \theta))^2 + \sum_{i=1}^N w_{ip} (P_{it} - p(K_i, \tau, \theta))^2 + w \left( S_t - e^{-r(T-t)} \left[ \alpha \exp \left\{ m_1 + \frac{1}{2} v_1^2 \right\} + (1-\alpha) \exp \left\{ m_2 + \frac{1}{2} v_2^2 \right\} \right] \right)^2 \quad (10)$$

を最小化する  $\theta$  を  $\hat{\theta}_t$  とする。ここで  $\{w_{ic}\}$ ,  $\{w_{ip}\}$ ,  $w$  は状況に応じて設定すべき加重である。このようにして導出されるリスク中立分布は、 $S_t$ ,  $\{C_{it}\}$ ,  $\{P_{it}\}$  の関数であり、

$$q(s|S_t, \{C_{it}\}, \{P_{it}\}) = f(s|S_t, \hat{\theta}_t)$$

と表現できる。ここで、 $f$  は (8) で定義される。従って、このリスク中立分布の形状は、各時点  $t$  の株価とオプション価格に応じて変化する。

以下の図 3 は 1 月 7 日における限月が 2 月（満期日は 2 月 13 日）のオプション価格から得られた満期時点の株価リスク中立密度をあらわす。1 月 7 日の日経 225 平均株価の終値は 23575.72 円である。ここで金利は 0.02%，配当利回りは 2% と設定した。また、加重  $w_{ic}$ ,  $w_{ip}$ ,  $w$  はすべて 1 とした。このとき混合対数正規分布の各パラメータの値は  $\alpha = 0.4969745$ ,  $m_1 = 10.02737$ ,  $m_2 = 10.09682$ ,  $v_1 = 0.02620056$ ,  $v_2 = 0.0174587$  と算出された<sup>6)</sup>。データからでは、混合分布を構成する 2 つの対数正規分布を識別することはできないため、算出された 2 つの平均パラメータのうち、その値が小さい方を 1 番目の対数正規分布、その値が大きい方を 2 番目の対数正規分布とする。

この場合のように、混合対数正規分布の場合には、通常対数正規分布と異なり、パラメ

オプション市場は「コロナ・ショック」を予見したか  
 ータの値によって双峰性を示す場合もありうる。

### 4.3 リスク中立収益分布の歪度と尖度

市場の何らかの揺らぎは、リスク中立分布の特性の変化として表れるであろう。その代表的な特性値として、（価格ではなく）収益率のリスク中立分布の標準偏差、尖度、歪度を採用する。標準偏差はいわゆるインプライド・ボラティリティに対応するものである<sup>7)</sup>。歪度と尖度は分布の形の尺度を表す。歪度は分布の非対称性を表す。歪度は正の値も負の値も取り得る。その値が正（負）の場合は平均値よりも右側（左側）に分布が集中している。尖度は分布の裾の厚さ（ロングテール）を表す。その定義からいかなる分布の尖度も1以上である。BSモデルが想定する正規収益率分布の場合には、尖度の値は3、歪度の値は0となる<sup>8)</sup>。以下では、これらの特性値をインプライド標準偏差、インプライド歪度、インプライド尖度と呼ぶ。

リスク中立株価  $S_T$  が (8) に従うとき、リスク中立収益率  $R = \log S_T - \log s_0$  の分布は混合正規分布密度

$$\alpha\phi(r|\rho_1, v_1) + (1-\alpha)\phi(r|\rho_2, v_2)$$

で与えられる。ただし、 $\rho_j \equiv m_j - \log s_0$  ( $j=1, 2$ ) とする。この分布の1~4次モーメントは

$$\begin{aligned}\mu_1 &= \alpha\rho_1 + (1-\alpha)\rho_2 \\ \mu_2 &= \alpha(\rho_1^2 + v_1^2) + (1-\alpha)(\rho_2^2 + v_2^2) \\ \mu_3 &= \alpha(\rho_1^3 + 3\rho_1 v_1^2) + (1-\alpha)(\rho_2^3 + 3\rho_2 v_2^2) \\ \mu_4 &= \alpha(\rho_1^4 + 6\rho_1^2 v_1^2 + 3v_1^4) + (1-\alpha)(\rho_2^4 + 6\rho_2^2 v_2^2 + 3v_2^4)\end{aligned}$$

であり、標準偏差、歪度と尖度は以下のように与えられる。

$$\text{標準偏差} = \sqrt{\mu_2 - \mu_1^2}, \quad \text{歪度} = \frac{\mu_3 - 3\mu_1\mu_2 + 2\mu_1^3}{(\mu_2 - \mu_1^2)^{3/2}}, \quad \text{尖度} = \frac{\mu_4 - 4\mu_3\mu_1 + 6\mu_2\mu_1^2 - 3\mu_1^4}{(\mu_2 - \mu_1^2)^2}$$

## 5 新型コロナ報道初期におけるリスク中立分布の推移

### 5.1 データ

本稿の分析では、オプション取引価格として、2020年1月~3月の3か月の期間の各取引日における日経225オプションのコール取引とプット取引の終値を用いた。金利として、全銀協TIBORの1か月物レート、配当利回りは日経新聞社が発表している指数ベース配当利回りを用いた。また、各取引日における直近の2限月（期近限月と1期先限月）のオプション取引のデータのみを用いた。2期先以降の限月のオプションは取引件数が少ないためであ

図4 インプライド標準偏差と株価：期近限月取引

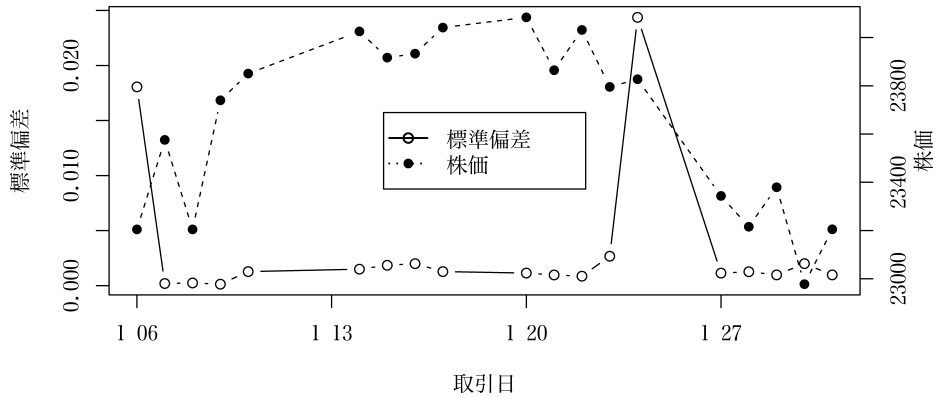
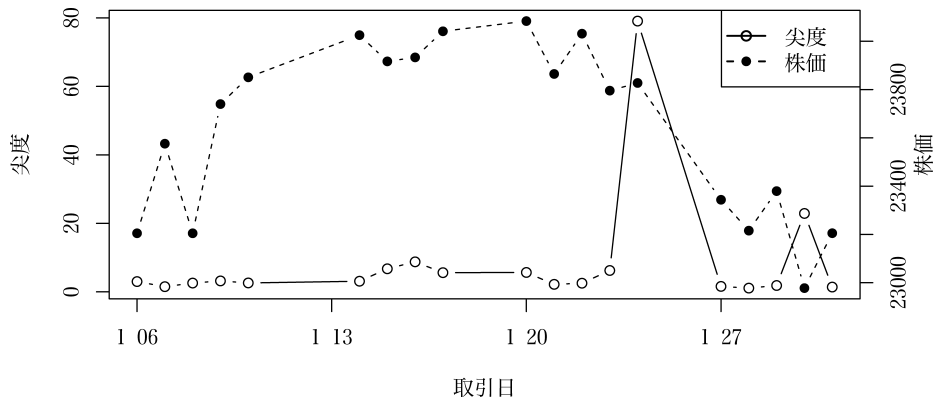


図5 インプライド尖度と株価：期近限月取引



る。1月、2月、3月の満期日はそれぞれ、1月9日、2月13日、3月12日である。

## 5.2 2020年1月期の分析

2020年1月16日に我が国で始めて新型コロナ患者の発生が確認されたとの報道がなされた。日経225平均株価は、その後しばらくは大きな変動なく推移したが、1月27日には一時500円安になるなど、前日から大きく下落し、3週間ぶりの安値となった。以下では、2020年1月の各取引日におけるリスク中立収益率分布の尖度と歪度を表示する。

### 5.2.1 期近限月のオプション取引に対するリスク中立収益率分布の特性値

1月の期近限月の満期日は、1月9日までが1月9日であり、1月10日以降は2月13日である。図4～図6は、期近の限月に対するオプションの取引価格から導いたリスク中立収益率分布の特性値の推移を表す。標準偏差と尖度はよく似た動きをしている。両方の特性値

オプション市場は「コロナ・ショック」を予見したか

図6 インプライド歪度と株価：期近限月取引

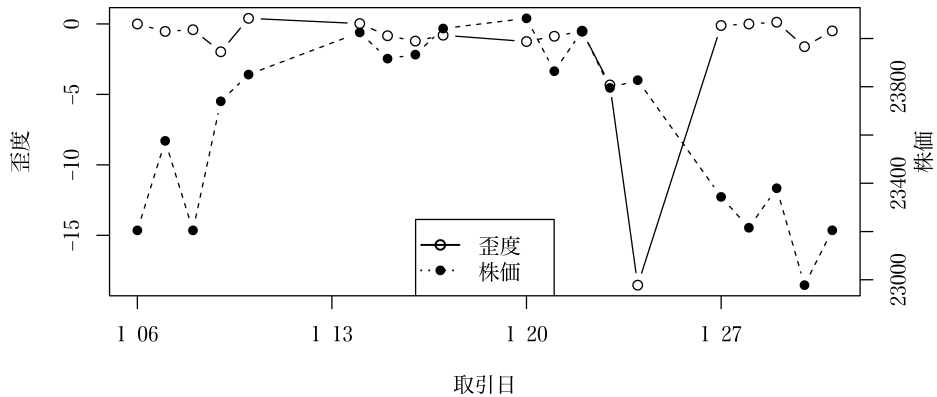
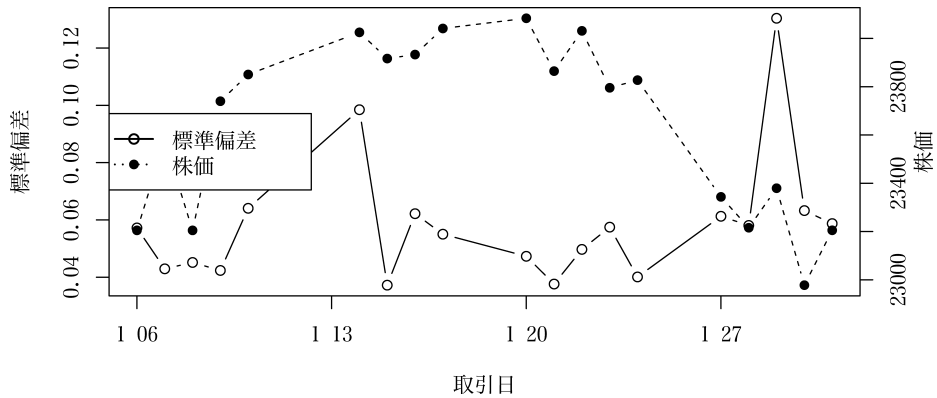


図7 インプライド標準偏差と株価：1期先限月



とも、1月26日に突発的に大きく跳び上がるが、翌日の1月27日には元の水準に戻っている。その動きに合わせるように、尖度は1月26日に大きく低下し、1月27日には元の水準に戻っている。この1月26日における歪度と尖度の特徴的な挙動は、1月27日の株価急落に先立つ予兆とも考えられる。

### 5.2.2 1期先限月のオプション取引に対するリスク中立収益率分布の特性値

図7～図9は、各取引日における1期先限月のオプション取引に対するリスク中立分布の特性値の推移を表す。1月9日までの取引は2月13日が満期日であり、1月10日以降の取引の満期日は3月12日である。1月14日と1月29日に標準偏差と尖度が大きく跳ね上がり、歪度は大きく低下している。これらの挙動が、その後の株価の動きといかに関係するかは判然としない。

図8 インプライド尖度と株価：1期先限月

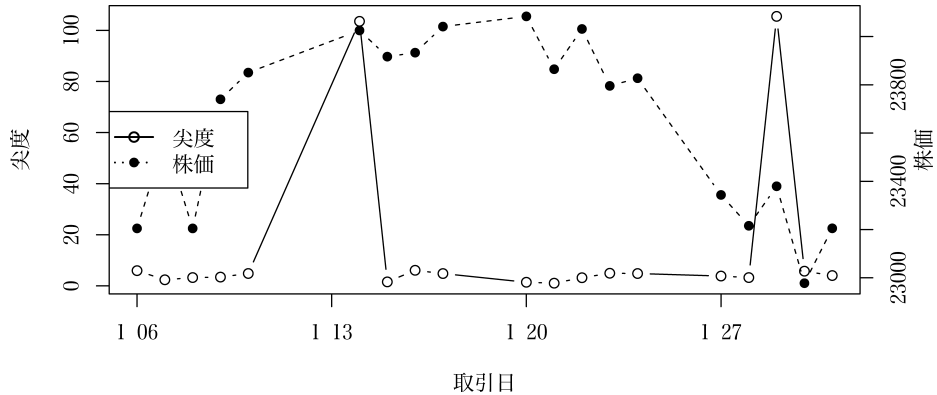
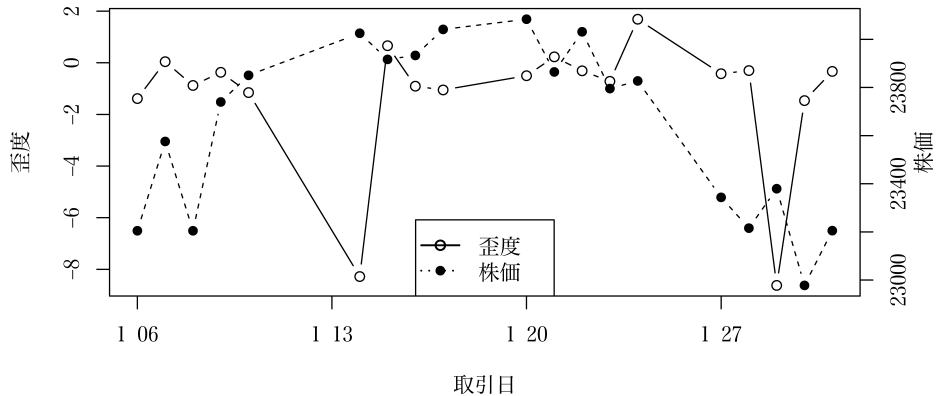


図9 インプライド歪度と株価：1期先限月取引



### 5.3 2020年1月～3月期の分析

2020年2月上旬から日経平均株価が徐々に低下し始め、2月下旬から3月中旬にかけて「コロナ・ショック」と呼ばれる急激な株価の下落に見舞われた。この節では2020年2月から2020年3月までの3か月の各取引日における直近の2限月に対するリスク中立分布の推定結果を述べる。

#### 5.3.1 期近限月のオプション取引に対するリスク中立収益率分布の特性値

図10～図12は期近限月に対する各特性値の3か月間の推移を示す。前節で述べた1月24日における標準偏差と尖度のスパイクの値は、その後の2月7日あるいは2月25日のスパイクよりもはるかに小さい。この両日のスパイクのうち、標準偏差の場合は2月25日の方がより大きく、尖度の場合は2月7日の方がより大きい。これらのスパイクは、その後のコロナ・ショックの前兆のように見える。図11は対応する歪度の推移を表す。ほとんどの歪

オプション市場は「コロナ・ショック」を予見したか

図 10 インプライド標準偏差と株価：期近限月

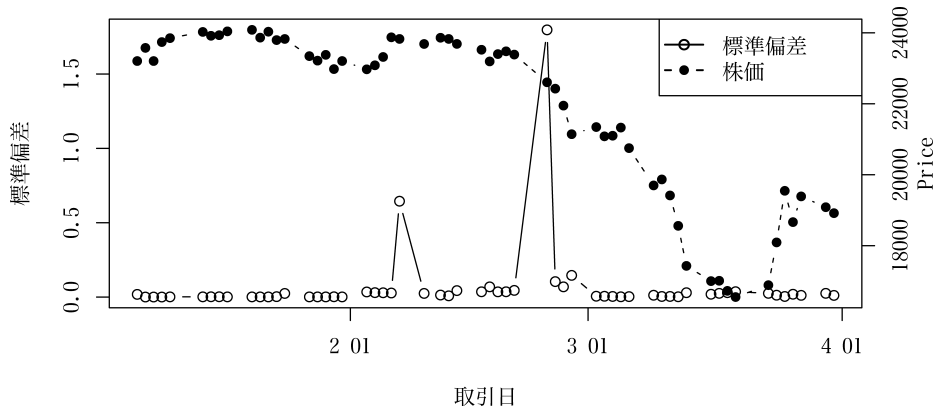


図 11 インプライド尖度と株価：期近限月

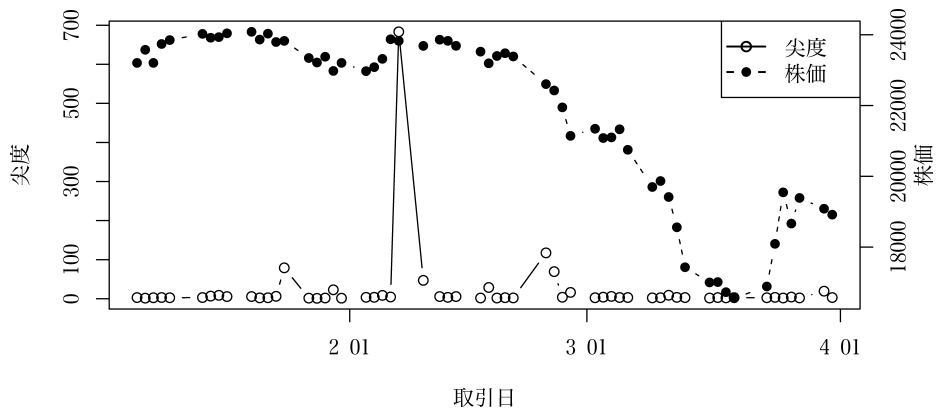


図 12 インプライド歪度と株価：期近限月

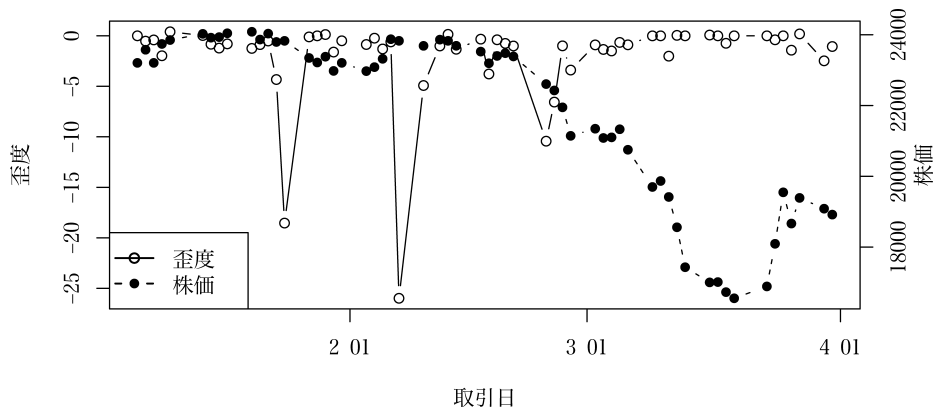


図13 インプライド標準偏差と株価：1期先限月

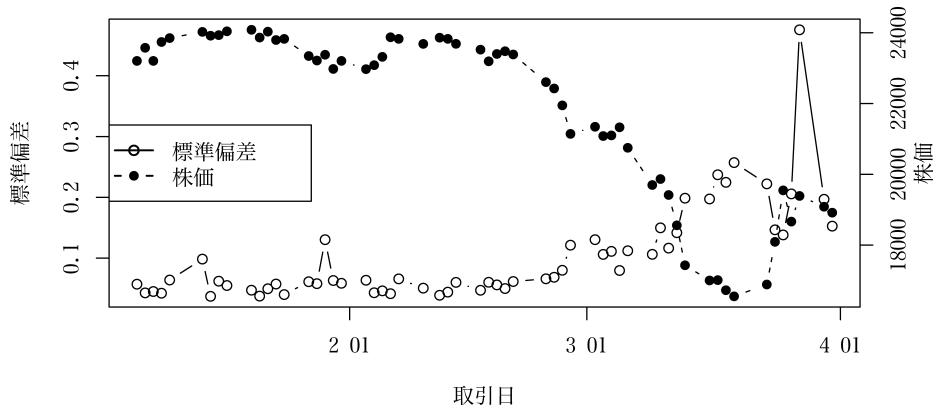
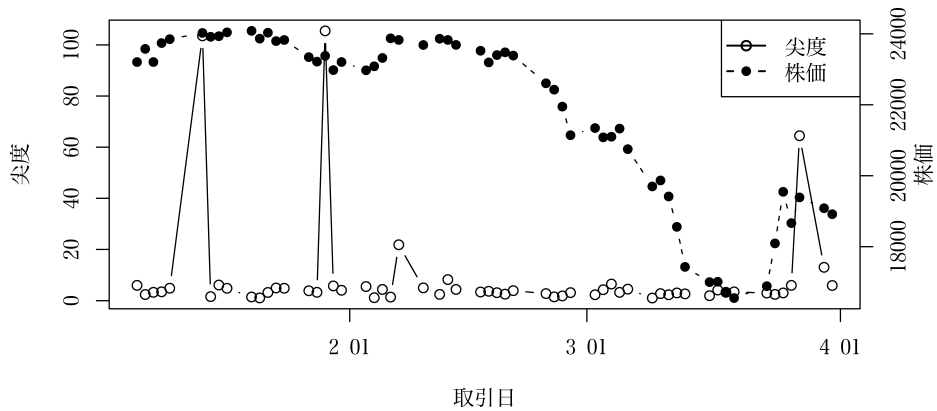


図14 インプライド尖度と株価：1期先限月



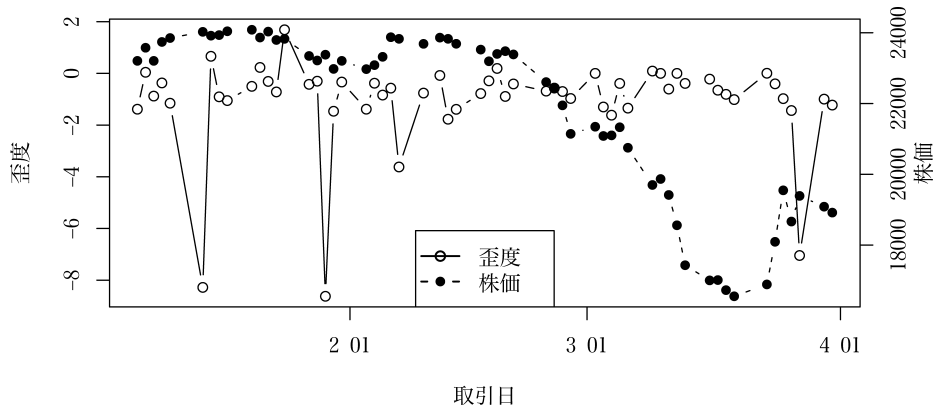
度の値は負である。尖度の場合には、1月24日の下方スパイクの程度は、2月7日のものよりは小さいが、2月25日のものより大きい。

### 5.3.2 1期先限月取引のオプション取引に対するリスク中立収益率分布の特性値

図13～図15は1期先限月に対する各特性値の1月～3月の推移を示す。1月14日、1月29日、2月7日、3月27日に尖度には上方ジャンプ、歪度には下方ジャンプが見られる。標準偏差の場合には、いくつかのスパイクが見られるが、3月27日のスパイクが際立って大きい。

オプション市場は「コロナ・ショック」を予見したか

図 15 インプライド歪度と株価：1期先限月



## 6 おわりに

本稿では、新型コロナウイルス感染症の報道発表初期の2020年1月から3月までの期間を適用対象とし、オプション市場から導出されたインプライド・リスク中立分布が2020年2月下旬から3月中旬にかけて生じた「コロナ・ショック」とも呼ばれる株価の急落を予見する兆候となったかどうかを検討した。日経225オプション取引価格データから、期間中の各取引日における直近の2限月に対するインプライド・リスク中立分布を抽出し、その標準偏差、歪度、尖度を算出した。求められた値は、1か月に数回程度の頻度で極端な上方あるいは下方へのジャンプを示す。この特徴的な挙動と株価との関係は、対応するオプション取引が期近限月であるか、あるいは、1期先限月であるか、によってかなり異なるように見える。

期近限月取引の場合は、1月のグラフ（図4～図6）に示されているように、1月26日に歪度が突発的に大きく上方にジャンプし、翌日には元の水準に戻っている。それに呼応するように、尖度も1月26日に大きく落ち込み、翌日には元の水準に戻っている。この1月26日における特異な動きは、翌日の1月27日の株価急落に先立つ予兆とも考えられる。1月～3月の期近限月取引のグラフ（図7～図9）では、2月7日に尖度が大きく上方にジャンプし、翌日には元の水準に戻っている。それと呼応するように、尖度も2月7日に大きく落ち込み、翌日には元の水準に戻っている。標準偏差は、尖度と歪度に遅れて、2月25日に大きなスパイクが見られる。これらの動きは、1月の特異な動きよりもはるかに大きく、2月下旬から3月にかけて起きた株価の急激な低下（コロナ・ショック）に先立つ予兆的な挙動であると思われる。

1期先限月の場合には、1月のグラフ（図10～図12）と1月～3月のグラフ（図13～図15）の双方ともに、複数回の歪度の上方へのジャンプとそれに対応する複数回の尖度の落ち



込みが観察される。これらの動きも特徴的ではあるが、その後の株価の動きとの関係は不明瞭である。

今回の分析から、期近限月に対するインプライド・リスク中立分布の各特性値は、将来の急激な株価変動に対する予測指標として何らかの有用性を持つ可能性が示唆された。ただし、本稿の分析は記述的・視覚的であり、このような示唆も主観的なものに留まる。より客観的な主張のためには、統計推測論に基づく更なる議論が必要となる。また、本稿で示唆された結果に限っても。以下のような課題や改善すべき点がある：

- ・満期が各月に 1 回しかないため、分析に用いたデータでは満期までの期間が異なるものが混在している。そのため、分析結果は時点の変化と期間の変化が混在している。本来であれば、満期期間を揃えた上で、時間的な変化を見ることが望ましいであろう。この問題点は、今回は対象外とした「日経 225Weekly オプション」の取引価格を用いることによって、緩和されるかもしれない。
- ・リスク中立分布に基づく予測指標として、今回用いた特性値以外の指標（例えば、VaR や期待ショートフォール）を採用すべきかもしれない。
- ・今回は、共通の行使価格に対してコールオプションとプットオプションが取引されているようなオプション価格データのみを用いた。このような制約を取り除くことにより、結果が改善する可能性がある。
- ・(10) における最小化の際に加重を同一としたが、例えば取引枚数を考慮して加重を設定する方ことによって、結果が改善するかもしれない。

本稿は「コロナショック」という特定の事例を対象としたが、他の異変時（例えば 2008 年のリーマン・ショック）においても、株価急落を予兆するようなリスク中立分布の特徴的なパターンの検出の可能性がある。今回の考察を端緒として、市場異変時におけるインプライド・リスク中立分布の活用の可能性をさらに考察したい。

## 謝辞

本稿で用いた“RND”の開発者 Kam Hamidieh 氏 (Senior Lecturer, Department of Statistics and Data Science, University of Pennsylvania) から、“RND”の利用に関する資料の提供を受けた。また、本丸敦暉氏 (東京経済大学経営学部 4 年生) から R コード作成に関する補助を受けた。両氏に深く感謝致したい。なお、本稿は 2020 年度共同研究助成費 (研究代表者：金鉉玉教授 受給番号 D20-02) による研究成果の一部である。

## 注

- 1) リスク中立分布と区別するために実確率分布という用語を用いる。実世界の通常の確率を指す。

オプション市場は「コロナ・ショック」を予見したか

- 2) 本稿の議論では金利は確定的であり、期間によらず一定と仮定する。
- 3) 説明の簡単化のために株式配当はないものとする。
- 4) ここで、 $m$  と  $v$  は、それぞれ、対応する正規分布の平均と標準偏差である。
- 5) 対応するプットオプションの0時点価格は、プットコールパリティ (4) から求められる。
- 6) この最小化を行うために、R 言語のパッケージ“RND” (Hamidie, 2017) を用いた。
- 7) ただし、通常のインプライド・ボラティリティと異なり、本稿の標準偏差は混合対数正規モデルに従うという想定の下で算出される。
- 8) 収益率ではなく価格の歪度と尖度を用いることもできるが、その場合には歪度と尖度の比較の基準が不明瞭となる。

#### 参考文献

- Barletta, A., Magistris, P. Santucci de Magistris, and F. Violante. (2019) “A Non-structural Investigation of VIX Risk Neutral Density.”, *Journal of Banking and Finance*, Vol. 99, pp. 1-20.
- Breedon, D. and R. Litzenberger. (1978) “State Contingent Prices Implicitin Option Prices.” *Journal of Business*, 51, pp. 621-651.
- Gemmill and Saffekos (2000). “How Useful are Implied Distributions?: Evidence from Stock-Index Options,” *Journal of Derivatives*, Vol. 7, No. 2, pp. 83-91.
- Hamidie, K. (2017) “RND: Risk Neutral Density Extraction Package.” <https://www.rdocumentation.org/packages/RND>.
- Jackwerth, J. C. (2000) “Recovering Risk Aversion from Option Prices and Realized Returns.” *Review of Financial Studies*, Vol. 13, No. 2, 433-451.
- Jondeau, E., S. Poon and M. Rockinger. (2007) *Financial Modeling Under Non-Gaussian Distributions*, Springer, London.
- Mizrach, B. (2010) “Estimating Implied Probabilities from Option Prices and the Underlying”, In: Lee CF., Lee A. C., Lee J. (eds) *Handbook of Quantitative Finance and Risk Management*, Springer, Boston, MA.
- Sestanovic, T., J. Arneric, and Z. Aljinovic. (2018) “Non-structural Approach to Implied Moments Extraction”, *Economic Research-Ekonomska Istrazivanja*, Vol. 31, No. 3, pp. 1923-1939.
- Wilkins, S. (2005) “Option Pricing based on Mixtures of Distributions: Evidence from the Eurex Index and Interest Rate Futures Options Market”, *Derivatives Use, Trading and Regulation*, Vol. 11, No. 3, pp. 213-231.
- 小暮・高山 (2007) 「株式市場の危険回避度」『リスクの科学』(朝倉書店) 第3章 50-71。
- 白塚・中村 (1998) 「金融市場における期待形成の変化—オプション取引価格の情報変数としての有用性に関する一考察—」『金融研究』(日本銀行金融研究所) 第17巻第4号 129-179。