P. スラッファ「小体系」の理論的射程

渡　辺　裕　一

1. はじめに

ピエロ・スラッファ（Piero Sraffa, 1898―1983）[1)]は，1920 年代に 2 つの論文（Sraffa（1925），Sraffa（1926））によって，A. マーシャルの収穫逓増・収穫逓減を批判し，不完全競争下の均衡を論じたのち，1927 年以降イギリスのケンブリッジ大学に移り，1930 年以降，『ディヴィド・リカード全集および書簡集』校訂版（Ricardo（1951―1973））の編集に携わった。そして 1960 年に公刊された『商品による商品の生産』（Sraffa（1960））は，わずか 99 頁の薄い本ながら，多くの論争を生み，その影響力は今日まで続いている。

この本の中に，わずか 1 頁のものであるが，「「小体系」について（On “Sub-systems”）」と題された付録 A がある（Sraffa（1960）p. 89，訳 146-147 頁）。『商品による商品の生産』に表されているスラッファの経済理論体系をスラッファ体系とよぶとすれば，この「小体系」の概念・手法は，スラッファ体系の中で，主として彼のいわゆる「標準商品」および「標準体系」を構成するための概念・手法として位置づけられてきたといってよい。しかし，この「小体系」という概念・手法が含んでいる理論的な可能性は，はたしてそれに止まるものなのであろうか。本稿では，このような問題意識から，「小体系」概念の含んでいる理論的可能性を探っていくことにしたい。

以下まず第 2 節では，かならずしも明確には書かれていない「小体系」の作成方法を，簡単な再生産システムの仮設的数値例を使って探ってゆく。次いで第 3 節では，そこで得られた手掛かりをもとにして，n 個の純生産物のある再生産体系の，小体系への分解の仕方を定式化する。第 4 節では，前節までに明らかになったことをもとに，スラッファの「小体系」が含意していることと，含意していないこととを検討し，その中でスラッファの「小体系」の理論的可能性の端緒を探る。第 5 節では，それまでの展開の方法上の注意点を確認した上で，「小体系」概念の切り拓きうる理論的地平を探る。最後の第 6 節では，小括をおこなう。なお本稿は，対象を「小体系」それ自体に限定しているため，「標準商品」など多くの論争のある問題群にはふれないことを，あらかじめお断りしておく。

2. 簡単な再生産システム

本稿で対象とするのは，『商品による商品の生産』（Sraffa（1960））の「付録 A」に示されている，「小体系」である。まず，スラッファによる「小体系」の「定義」をみると，次のようである。

>「自己補塡状態にある（それぞれ異なった商品を生産する）諸産業の体系を考察しよう。
> 粗生産物（gross product）……を形成する諸商品は，生産手段の補塡にあてられる商品と，その体系の純生産物（net product）を形成する商品とに，明白に区分されうる。
> このような体系は，次に述べるような仕方でその純生産物を構成する商品の数だけの部分に細分されうる。すなわち，その各部分がより小さい自己補塡的体系を形成し，その純生産物がただ一種類の商品からなるようなぐあいに。このような部分を，「小体系」とよぼう。」（(Sraffa（1960））p. 89，訳 146 頁）

みられるようにスラッファは，ある諸産業の体系の年々の総生産物（gross product）が，その生産のために必要だった生産手段の補塡部分と，その体系の純生産物を形成する部分とに分かれることを述べた後，もとの体系の，いくつかのその小体系への分解を，かならずしもその作成方法を十分説明することなしに示しているのであるが，これだけでは，「小体系」の十分な理解を得ることができない。そこで以下，仮設的な数値例を用いて，その理解を深めていくことにしよう。

いま，ある一定の期間，たとえば 1 年の間に，総生産物（gross product）として 160 台のトラクタと 400 トンの小麦を産出する社会があるとし，そのトラクタを生産するためには，60 台のトラクタと 100 トンの小麦および 100 人の労働が必要であるとしよう。

また，その小麦を生産するためには，40 台のトラクタと 200 トンの小麦および 100 人の労働が必要であるとする。また，このような生産の技術的な連関については，いわゆる「生産の規模にかんする収穫不変」[2] を仮定する。この関係を表式として示せば，次のようになる。

[体系 I：数値例][3]

60 台のトラクタ ＋ 100 トンの小麦 ＋ 100 人の労働 → 160 台のトラクタ（net 60 台）
40 台のトラクタ ＋ 200 トンの小麦 ＋ 100 人の労働 → 400 トンの小麦（net 100 トン）
100　　　　　　　300　　　　　　　200

この体系 I は，以下の 2 つの小体系，I-1，I-2 に分解することができる[4]。

［小体系 I-1］

45 台のトラクタ ＋ 75 トンの小麦 ＋ 75 人の労働 → 120 台のトラクタ（net 60 台）

15 台のトラクタ ＋ 75 トンの小麦 ＋ 37.5 人の労働 → 150 トンの小麦（net 0 トン）

60　　150　　112.5

［小体系 I-2］

15 台のトラクタ ＋ 25 トンの小麦 ＋ 25 人の労働 → 40 台のトラクタ（net 0 台）

25 台のトラクタ ＋ 125 トンの小麦 ＋ 62.5 人の労働 → 250 トンの小麦（net 100 トン）

40　　150　　87.5

みられるように，小体系 I-1 は，トラクタの純生産物 60 台のみを生産するための「自己補填的な」ものとなっており，また小体系 I-2 は，小麦の純生産物 100 トンのみを生産するためのものとなっており，さらにこれら 2 つの小体系を合わせたものは，もとの体系 I に一致しているわけである。

では，このような「分解」はどのような手続きによってえられるのであろうか。いま，この生産体系においては，いわゆる規模にかんする収穫不変が想定されているので，トラクタ，小麦，それぞれの投入―産出関係を維持しつつ，それらをスカラー倍することによって，各小体系に分解されたトラクタおよび小麦の投入―産出関係がえられるはずである。

そこでいま，第 1 番目の（純）生産物だけを産出する小体系を第 1 小体系（ここでは，いわばトラクタ小体系），また第 2 番目の（純）生産物だけを産出する小体系を第 2 小体系（ここでは，いわば小麦小体系）とよぶことにし，第 1 小体系であるトラクタ小体系の第 1 行目をうるために，もとの体系の第 1 行目に乗ずるべき係数を σ_{11}，また第 1 小体系の第 2 行目をうるために，もとの体系の第 2 行目に乗ずるべき係数を σ_{12} とし，同様に，第 2 小体系である小麦小体系の第 1 行目をうるために，もとの体系の第 1 行目に乗ずるべき係数を σ_{21}，また第 2 小体系の第 2 行目をうるために，もとの体系の第 2 行目に乗ずるべき係数を σ_{22} とすると[5)]，小体系［I-1］および［I-2］は次のようになる。

［I-1］

$60\sigma_{11}$ 台のトラクタ ＋ $100\sigma_{11}$ トンの小麦 ＋ $100\sigma_{11}$ 人の労働 → $160\sigma_{11}$ 台のトラクタ

$40\sigma_{12}$ 台のトラクタ ＋ $200\sigma_{12}$ トンの小麦 ＋ $100\sigma_{12}$ 人の労働 → $400\sigma_{12}$ トンの小麦

$60\sigma_{11}+40\sigma_{12}$　　$100\sigma_{11}+200\sigma_{12}$　　$100\sigma_{11}+100\sigma_{12}$

［I-2］

$60\sigma_{21}$ 台のトラクタ ＋ $100\sigma_{21}$ トンの小麦 ＋ $100\sigma_{21}$ 人の労働 → $160\sigma_{21}$ 台のトラクタ

$40\sigma_{22}$ 台のトラクタ ＋ $200\sigma_{22}$ トンの小麦 ＋ $100\sigma_{22}$ 人の労働 → $400\sigma_{22}$ トンの小麦

$60\sigma_{21}+40\sigma_{22}$　　$100\sigma_{21}+200\sigma_{22}$　　$100\sigma_{21}+100\sigma_{22}$

したがって，σ_{11}，σ_{12}，σ_{21}，σ_{22} がみたすべき条件は，小体系の定義，すなわち，各小体系はただ1つの純生産物を生産し，その量はもとの体系でのその純生産物の量に等しい，ということから，以下のようになる。

$$\begin{aligned}160\sigma_{11}-(60\sigma_{11}+40\sigma_{12}) &= 160-(60+40)\\ 400\sigma_{12}-(100\sigma_{11}+200\sigma_{12}) &= 0\\ 160\sigma_{21}-(60\sigma_{21}+40\sigma_{22}) &= 0\\ 400\sigma_{22}-(100\sigma_{21}+200\sigma_{22}) &= 400-(100+200)\end{aligned}$$

この上の2つの式と，下の2つの式は，それぞれ行列とベクトルを使った方程式にまとめることができる。

$$\begin{pmatrix}100 & -40\\ -100 & 200\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{12}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}60\\ 0\end{pmatrix},\qquad \begin{pmatrix}100 & -40\\ -100 & 200\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sigma_{21}\\ \sigma_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 100\end{pmatrix} \tag{1}$$

さらにこの2つの式は，次のようにまとめることができる。

$$\begin{pmatrix}100 & -40\\ -100 & 200\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sigma_{11} & \sigma_{21}\\ \sigma_{12} & \sigma_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}60 & 0\\ 0 & 100\end{pmatrix} \tag{2}$$

ここで，ある行列 M の逆行列を M^{-1} と表すことにし，(2) の両辺に，左から $\begin{pmatrix}100 & -40\\ -100 & 200\end{pmatrix}^{-1}$ を掛けて，これを解くと，

$$\begin{pmatrix}\sigma_{11} & \sigma_{21}\\ \sigma_{12} & \sigma_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}100 & -40\\ -100 & 200\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}60 & 0\\ 0 & 100\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3/4 & 1/4\\ 3/8 & 5/8\end{pmatrix}$$

あるいは，通常の行列の記法に従い，かつ行列 A の行と列とを入れかえた転置行列を A′ であらわすことにすると，

$$\begin{pmatrix}\sigma_{11} & \sigma_{12}\\ \sigma_{21} & \sigma_{22}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\sigma_{11} & \sigma_{21}\\ \sigma_{12} & \sigma_{22}\end{pmatrix}'=\begin{pmatrix}3/4 & 3/8\\ 1/4 & 5/8\end{pmatrix} \tag{3}$$

このようにして，$\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{21}, \sigma_{22}$ が一意的に決まり，それによって2つの純生産物をもつ体系Ⅰの，2つの小体系への分解がなされたわけである。

このような再生産体系の小体系への分解は，いわゆる投入—産出関係の線形性が前提とされるかぎりでは，生産物の数が2つ以上のばあいにも，ほぼつねに可能であるが，一般的な n 個の生産物についての定式化をおこなう前に，3個の純生産物がある別の具体例を見ておくことにしよう。（なお，この作成方法については，第3節で明らかにする。）

［体系 II：数値例］

90台のトラクタ ＋ 120トンの石炭 ＋60トンの小麦 ＋ 50人の労働

→ 180台のトラクタ（net 30台）

30 台のトラクタ ＋ 75 トンの石炭 ＋　90 トンの小麦 ＋　50 人の労働
→ 270 トンの石炭（net 45 トン）
30 台のトラクタ ＋ 30 トンの石炭 ＋ 150 トンの小麦 ＋ 100 人の労働
→ 360 トンの小麦（net 60 トン）
150　225　300　200

この再生産体系は，つぎの 3 つの小体系に分解される。（ただし，小数点以下第 2 位の値については，四捨五入の関係から，いくつか不突合がある。）

［II-1］
52.76 台のトラクタ ＋ 70.34 トンの石炭 ＋ 35.17 トンの小麦 ＋ 29.32 人の労働
→ 105.52 台のトラクタ
12.41 台のトラクタ ＋ 31.04 トンの石炭 ＋ 37.24 トンの小麦 ＋ 20.70 人の労働
→ 111.73 トンの石炭
10.34 台のトラクタ ＋ 10.34 トンの石炭 ＋ 51.72 トンの小麦 ＋ 34.48 人の労働
→ 124.13 トンの小麦
75.52　111.72　124.13　84.48

［II-2］
18.62 台のトラクタ ＋ 24.83 トンの石炭 ＋ 12.41 トンの小麦 ＋ 10.34 人の労働
→ 37.24 台のトラクタ
11.79 台のトラクタ ＋ 29.48 トンの石炭 ＋ 35.38 トンの小麦 ＋ 19.66 人の労働
→ 106.14 トンの石炭
6.83 台のトラクタ ＋　6.83 トンの石炭 ＋ 34.14 トンの小麦 ＋ 32.76 人の労働
→ 81.93 トンの小麦
37.24　61.14　81.93　52.76

［II-3］
18.62 台のトラクタ ＋ 24.83 トンの石炭 ＋ 12.41 トンの小麦 ＋ 10.34 人の労働
→ 37.24 台のトラクタ
5.79 台のトラクタ ＋ 14.48 トンの石炭 ＋ 17.38 トンの小麦 ＋　9.66 人の労働
→ 52.14 トンの石炭
12.83 台のトラクタ ＋ 12.83 トンの石炭 ＋ 64.14 トンの小麦 ＋ 42.76 人の労働
→ 153.94 トンの小麦
37.24　52.14　93.94　62.76

このように，（純）生産物が 3 個ある再生産体系について，これをスラッファの小体系に分解できることは，ほとんど，一般の n 個の（純）生産物のある再生産体系を，スラッフ

ァの小体系に分解できることを示唆している。そこで次に節を改めて，それを定式化することにしよう。

3. n 個の純生産物のある再生産体系の，小体系への分解

のちに明らかにするように，投入—産出関係が線形的である再生産体系のモデルについては，上にみた 2 個の純生産物モデルの自然な拡張によって，n 個（n≧3）の純生産物モデルを得ることができる。逆に言えば，2 個の純生産物の存在する再生産モデルの考察によって，一般の n 個の純生産物モデルのかなりの内容を明らかにすることができるわけである。そこで，ここではまず，2 個の純生産物のある再生産モデルをよりくわしく見ることから始めることにしよう。なお，括弧内に体系Ⅰでの具体的な例を併記しておく。

いま，あるひとつの社会があって，その社会には 2 つの生産物があるとする。また，そこでの生産の技術的関係として，生産関数の一次同次，あるいは規模にかんする収穫不変を仮定する。より簡単にいえば，ある生産物の総産出量（gross product）を k 倍にしたければ，その生産のために投入されるすべての生産要素の数量を，すべて k 倍にしなければならない，という仮定である。このようなひとつの社会の，ある一定期間（たとえば 1 年間）の再生産のひとつの定式化として，以下のようなモデルを考えてみよう。

いま，この，再生産のために投入される総労働量が L である社会で，第 1 番目の生産物（トラクタ）を X_1（160 台）をつくる（産出する）のに必要な第 1 番目の生産物の投入量を A_{11}（60 台），またそれに必要な第 2 番目の生産物（小麦）の投入量を A_{12}（100 トン），必要な労働を L_1（100 人）とする。同様に，第 2 番目の生産物（小麦）を X_2（400 トン）産出するのに必要な第 1 番目の生産物の投入量を A_{21}（40 台），またそれに必要な第 2 番目の生産物の投入量を A_{22}（200 トン），必要な労働を L_2（100 人）とする。さらに，この社会で，ある生産物の総生産量 X_j（$j=1, 2$，たとえば $X_1=160$（台））から，この社会全体の総生産物全体を産出するために必要な，その生産物 X_j の総計 $\sum_{i=1}^{2} A_{ij}$（たとえば $A_{11}+A_{21}=60+40=100$（台））を差し引いたものをその生産物の純生産量（net product）とよび，N_i（$i=1, 2$，たとえば $N_1=160-100=60$（台））とすると，体系Ⅰは次のようになる。

［体系Ⅰ：（純）生産物 2 つの再生産体系の一般的な表式］

$$A_{11}+A_{12}+L_1 \to X_1 \quad \left(N_1 = X_1-(A_{11}+A_{21}) = X_1-\sum_{i=1}^{2} A_{i1}\right)$$

$$A_{21}+A_{22}+L_2 \to X_2 \quad \left(N_2 = X_2-(A_{12}+A_{22}) = X_2-\sum_{i=1}^{2} A_{i2}\right)$$

スラッファの小体系の定義に従って，もとの体系を，その純生産物の個数の小体系に分解するさいに，その第 i 番目の純生産物 N_i のみを生み出す小体系を，第 i 小体系（たとえば

トラクタ小体系）とよぶことにし，その分解のさいに，第 i 小体系の第 j 行目をうるために，もとの体系の第 j 行目に乗ずるべき係数を σ_{ij}，第 i 小体系の第 j 番目の純生産物量を N_{ij}（$i=j$ のとき $N_{ij}>0$，$i\neq j$ のとき $N_{ij}=0$）とすると，もとの体系の２つの小体系への分解は，次のようになる。

［体系 I-第 1 小体系］

$$
\begin{array}{llll}
\sigma_{11}A_{11}+ & \sigma_{11}A_{12} & +\sigma_{11}L_1 \rightarrow \sigma_{11}X_1 & (N_{11}=\sigma_{11}X_1-(\sigma_{11}A_{11}+\sigma_{12}A_{21})=N_1) \\
\sigma_{12}A_{21}+ & \sigma_{12}A_{22} & +\sigma_{12}L_2 \rightarrow \sigma_{12}X_2 & (N_{12}=\sigma_{12}X_2-(\sigma_{11}A_{12}+\sigma_{12}A_{22})=0) \\
\sigma_{11}A_{11}+\sigma_{12}A_{21} & \sigma_{11}A_{12}+\sigma_{12}A_{22} & \sigma_{11}L_1+\sigma_{12}L_2 &
\end{array}
$$

［体系 I-第 2 小体系］

$$
\begin{array}{llll}
\sigma_{21}A_{11}+ & \sigma_{21}A_{12} & +\sigma_{21}L_1 \rightarrow \sigma_{21}X_1 & (N_{21}=\sigma_{21}X_1-(\sigma_{21}A_{11}+\sigma_{22}A_{21})=0) \\
\sigma_{22}A_{21}+ & \sigma_{22}A_{22} & +\sigma_{22}L_2 \rightarrow \sigma_{22}X_2 & (N_{22}=\sigma_{22}X_2-(\sigma_{21}A_{12}+\sigma_{22}A_{22})=N_2) \\
\sigma_{21}A_{11}+\sigma_{22}A_{21} & \sigma_{21}A_{12}+\sigma_{22}A_{22} & \sigma_{21}L_1+\sigma_{22}L_2 &
\end{array}
$$

ここで，$\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{21}, \sigma_{22}$ がみたすべき条件は，第 i 番目の小体系は第 i 番目の純生産物のみを産出し，かつそれは全体の体系の第 i 番目の純生産物に等しくなければならない（ここでは，$n=1,2$）ということから，以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
&\sigma_{11}X_1-(\sigma_{11}A_{11}+\sigma_{12}A_{21})=X_1-(A_{11}+A_{21})=X_1-\sum_{i=1}^{2}A_{i1}=N_1 \\
&\sigma_{12}X_2-(\sigma_{11}A_{12}+\sigma_{12}A_{22})=0 \\
&\sigma_{21}X_1-(\sigma_{21}A_{11}+\sigma_{22}A_{21})=0 \\
&\sigma_{22}X_2-(\sigma_{21}A_{12}+\sigma_{22}A_{22})=X_2-(A_{12}+A_{22})=X_2-\sum_{i=1}^{2}A_{i2}=N_2
\end{aligned}
$$

この上の２つの式と，下の２つの式を，それぞれ行列とベクトルを使った方程式にまとめると，

$$
\begin{pmatrix} X_1-A_{11} & -A_{21} \\ -A_{12} & X_2-A_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} X_1-\sum_{i=1}^{2}A_{i1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1\text{-}1'),
$$

$$
\begin{pmatrix} X_1-A_{11} & -A_{21} \\ -A_{12} & X_2-A_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \sigma_{21} \\ \sigma_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ X_2-\sum_{i=1}^{2}A_{i2} \end{pmatrix} \quad (1\text{-}2')
$$

さらにこの２つの式は，次のようにまとめることができる。

$$
\begin{pmatrix} X_1-A_{11} & -A_{21} \\ -A_{12} & X_2-A_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{21} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} X_1-\sum_{i=1}^{2}A_{i1} & 0 \\ 0 & X_2-\sum_{i=1}^{2}A_{i2} \end{pmatrix} \quad (2')
$$

式（2′）は，$\begin{pmatrix} \mathrm{X}_1-\mathrm{A}_{11} & -\mathrm{A}_{21} \\ -\mathrm{A}_{12} & \mathrm{X}_2-\mathrm{A}_{22} \end{pmatrix}$ が逆行列をもつばあいには，言い換えれば，行列式 $\begin{vmatrix} \mathrm{X}_1-\mathrm{A}_{11} & -\mathrm{A}_{21} \\ -\mathrm{A}_{12} & \mathrm{X}_2-\mathrm{A}_{22} \end{vmatrix}$ が，$\begin{vmatrix} \mathrm{X}_1-\mathrm{A}_{11} & -\mathrm{A}_{21} \\ -\mathrm{A}_{12} & \mathrm{X}_2-\mathrm{A}_{22} \end{vmatrix} \neq 0$ のばあいには，$\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{21} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix}$ について解くことができる。そのばあいに，行列 M の転置行列を M' であらわすことにして，これを解くと，（2′）より，

$$\left(\begin{pmatrix} \mathrm{X}_1 & 0 \\ 0 & \mathrm{X}_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathrm{A}_{11} & \mathrm{A}_{21} \\ \mathrm{A}_{12} & \mathrm{A}_{22} \end{pmatrix}\right)\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{21} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{X}_1-\sum_{\mathrm{i}=1}^{2} A_{\mathrm{i}1} & 0 \\ 0 & \mathrm{X}_2-\sum_{\mathrm{i}=1}^{2} A_{\mathrm{i}2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{N}_1 & 0 \\ 0 & \mathrm{N}_2 \end{pmatrix}$$

ここで，

$$\begin{pmatrix} \mathrm{X}_1 & 0 \\ 0 & \mathrm{X}_2 \end{pmatrix} = X, \quad \begin{pmatrix} \mathrm{A}_{11} & \mathrm{A}_{12} \\ \mathrm{A}_{21} & \mathrm{A}_{22} \end{pmatrix} = A, \quad \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix} = \Sigma, \quad \begin{pmatrix} \mathrm{N}_1 & 0 \\ 0 & \mathrm{N}_2 \end{pmatrix} = N$$

とあらわすことにすると，

$$(X-A')\Sigma' = N$$

両辺に $(X-A')$ の逆行列を左から掛けると，

$$(X-A')^{-1}(X-A')\Sigma' = (X-A')^{-1}N$$
$$\Sigma' = (X-A')^{-1}N$$

一般に，2つの行列 P, Q の積 PQ の転置行列については，$(PQ)'=Q'P'$ であることに注意して，両辺に転置をほどこすと，

$$\Sigma = N'((X-A')^{-1})'$$

ここで N は対角行列であるから，$N'=N$，したがって，

$$\Sigma = N((X-A')^{-1})' \tag{3′}$$

なお，このとき，L については，

$$(\sigma_{11}\mathrm{L}_1+\sigma_{12}\mathrm{L}_2)+(\sigma_{21}\mathrm{L}_1+\sigma_{22}\mathrm{L}_2) = \mathrm{L} \tag{4}$$
$$(\sigma_{11}+\sigma_{21})\mathrm{L}_1+(\sigma_{12}+\sigma_{22})\mathrm{L}_2 = \mathrm{L} = \mathrm{L}_1+\mathrm{L}_2 \tag{4′}$$

また，この（4′）式は，$0 \leqq \mathrm{L}_\mathrm{i} \leqq \mathrm{L}$ なる任意の L_i について成り立つべき恒等式であるから，

$$\sigma_{11}+\sigma_{21} = 1, \qquad \sigma_{12}+\sigma_{22} = 1$$

この2つの式をまとめると，$0 \leqq \mathrm{j} \leqq \mathrm{n}$ なるすべての j について，以下の（5）が成り立つ。

$$\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \sigma_{\mathrm{ij}} = 1 \qquad （ここでは，\mathrm{j}=1, 2） \tag{5}$$

さて，このようにして Σ が得られたので，もとの体系を，純生産物の数だけの小体系に分解するためには，もとの体系の第 i 行に，σ_{ij} を掛けることによって，第 i 小体系の第 j 行目を得ることができる。それらを各小体系ごとにまとめれば，もとの体系の，純生産物の数だけの小体系への分解が達成されるわけである。

これまで，主として 2 純生産物モデルについて述べてきたが，じつは，本節の主題である，n 個の純生産物をもつ再生産体系の小体系への分解は，以上のべたことの自然な拡張として比較的容易に得られる。すなわち，

いま，あるひとつの社会があって，その社会には n 個（$n \geqq 3$）の（純）生産物があるとする。また，そこでの生産の技術的関係として，生産関数の一次同次，あるいは規模にかんする収穫不変を仮定する。その下で，一定の期間内（たとえば 1 年間）に生産される第 i 番目の総生産物（gross product）の量を X_i（$i=1,2,\cdots,n$），この X_i を産出するために必要な第 j 番目の生産物の投入量を A_{ij}（$i,j=1,2,\cdots,n$），また X_i の産出に必要な労働を L_i（$i=1,2,\cdots,n$）とする。さらに，第 j 番目の生産物の総生産量 X_j（$j=1,2,\cdots,n$）から，社会全体ですべての生産物を産出するために投入される X_j，すなわち $\sum_{i=1}^{n} A_{ij}$ を差し引いて得られた，第 j 番目の生産物の純生産量（net product）を，$N_j=X_j-\sum_{i=1}^{n} A_{ij}$（$i=1,2,\cdots,n$）とすると，全体の再生産体系は次のようになる。

［n 個の（純）生産物のある体系の一般的な表式］

$$
\begin{array}{ll}
A_{11}+A_{12}+\cdots+A_{1n}+L_1 \rightarrow X_1 & \left(N_1 = X_1-\sum_{i=1}^{n} A_{i1}\right) \\
A_{21}+A_{22}+\cdots+A_{2n}+L_2 \rightarrow X_2 & \left(N_2 = X_2-\sum_{i=1}^{n} A_{i2}\right) \\
\vdots \quad \vdots \qquad \vdots \quad \vdots \quad \vdots & \\
A_{n1}+A_{n2}+\cdots+A_{nn}+L_n \rightarrow X_n & \left(N_n = X_n-\sum_{i=1}^{n} A_{in}\right)
\end{array}
$$

このもとの体系を，スラッファの小体系の定義に従って，その純生産物の個数に等しい n 個の小体系に分解するさいに，その第 i 番目の純生産物 N_i のみを生み出す小体系を，第 i 小体系とよぶことにし，その分解のさいに，その第 i 小体系の第 j 行目を得るために，もとの体系の第 j 行目に乗ずるべき係数を σ_{ij}，第 i 小体系の第 j 番目の純生産物量を N_{ij}（$i=j$ のとき $N_{ij}>0$，$i\neq j$ のとき $N_{ij}=0$），また σ_{ij} を（i, j）要素とする n 次の正方行列を Σ とすると，もとの体系の n 組の小体系への分解は，次のようになる。

［第 1 小体系］

$$
\begin{array}{ll}
\sigma_{11}A_{11}+\sigma_{11}A_{12}+\cdots+\sigma_{11}A_{1n}+\sigma_{11}L_1 \rightarrow \sigma_{11}X_1 & \left(N_{11} = \sigma_{11}X_1-\sum_{i=1}^{n}\sigma_{1i}A_{i1} = N_{11} = N_1\right) \\
\sigma_{12}A_{21}+\sigma_{12}A_{22}+\cdots+\sigma_{12}A_{2n}+\sigma_{12}L_2 \rightarrow \sigma_{12}X_2 & \left(N_{12} = \sigma_{12}X_2-\sum_{i=1}^{n}\sigma_{1i}A_{i2} = 0\right) \\
\vdots \qquad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots & \qquad\qquad \vdots
\end{array}
$$

$$\sigma_{1n}A_{n1}+\sigma_{1n}A_{n2}+\cdots+\sigma_{1n}A_{nn}+\sigma_{1n}L_{n}\rightarrow\sigma_{1n}X_{n}\quad\left(N_{1n}=\sigma_{1n}X_{n}-\sum_{i=1}^{n}\sigma_{1i}A_{in}=0\right)$$

$$\vdots\qquad\vdots\qquad\vdots\qquad\vdots\qquad\vdots\qquad\qquad\vdots$$

［第 k 小体系］

$$\sigma_{k1}A_{11}+\sigma_{k1}A_{12}+\cdots+\sigma_{k1}A_{1n}+\sigma_{k1}L_{1}\rightarrow\sigma_{k1}X_{1}\quad\left(N_{k1}=\sigma_{k1}X_{1}-\sum_{i=1}^{n}\sigma_{ki}A_{i1}=0\right)$$

$$\vdots\qquad\vdots\qquad\vdots\qquad\vdots\qquad\vdots\qquad\qquad\vdots$$

$$\sigma_{kk}A_{k1}+\sigma_{kk}A_{k2}+\cdots+\sigma_{kk}A_{kn}+\sigma_{kk}L_{k}\rightarrow\sigma_{kk}X_{k}\quad\left(N_{kk}=\sigma_{kk}X_{k}-\sum_{i=1}^{n}\sigma_{ki}A_{ik}=N_{kk}=N_{k}\right)$$

$$\vdots\qquad\vdots\qquad\vdots\qquad\vdots\qquad\vdots\qquad\qquad\vdots$$

$$\sigma_{kn}A_{n1}+\sigma_{kn}A_{n2}+\cdots+\sigma_{kn}A_{nn}+\sigma_{kn}L_{n}\rightarrow\sigma_{nk}X_{n}\quad\left(N_{kn}=\sigma_{kn}X_{n}-\sum_{i=1}^{n}\sigma_{ki}A_{in}=0\right)$$

$$\vdots\qquad\vdots\qquad\vdots\qquad\vdots\qquad\vdots\qquad\qquad\vdots$$

［第 n 小体系］

$$\sigma_{n1}A_{11}+\sigma_{n1}A_{12}+\cdots+\sigma_{n1}A_{1n}+\sigma_{n1}L_{1}\rightarrow\sigma_{n1}X_{1}\quad\left(N_{n1}=\sigma_{n1}X_{1}-\sum_{i=1}^{n}\sigma_{ni}A_{i1}=0\right)$$

$$\sigma_{n2}A_{21}+\sigma_{n2}A_{22}+\cdots+\sigma_{n2}A_{2n}+\sigma_{n2}L_{2}\rightarrow\sigma_{n2}X_{2}\quad\left(N_{n2}=\sigma_{n2}X_{2}-\sum_{i=1}^{n}\sigma_{ni}A_{i2}=0\right)$$

$$\vdots\qquad\vdots\qquad\vdots\qquad\vdots\qquad\qquad\vdots$$

$$\sigma_{nn}A_{n1}+\sigma_{nn}A_{n2}+\cdots+\sigma_{nn}A_{nn}+\sigma_{nn}L_{n}\rightarrow\sigma_{nn}X_{n}\quad\left(N_{nn}=\sigma_{nn}X_{n}-\sum_{i=1}^{n}\sigma_{ni}A_{in}=N_{nn}=N_{n}\right)$$

ここで，第 1 小体系について，$(\sigma_{11}\cdots\sigma_{1n})'$ がみたすべき条件は，

$$\begin{pmatrix} X_1-A_{11} & \cdots & -A_{n1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -A_{1n} & \cdots & X_n-A_{nn} \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sigma_{11}\\ \vdots \\ \sigma_{1n}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}N_1\\ \vdots\\ 0\end{pmatrix}$$

すなわち，

$$\left(\begin{pmatrix} X_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & X_n \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{n1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix}\right)\begin{pmatrix}\sigma_{11}\\ \vdots \\ \sigma_{1n}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}N_1\\ \vdots\\ 0\end{pmatrix} \tag{1-1$''$}$$

$$\vdots$$

同様に，第 n 小体系について，$(\sigma_{n1}\cdots\sigma_{nn})'$ がみたすべき条件は，

$$\left(\begin{pmatrix} X_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & X_n \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{n1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix}\right)\begin{pmatrix}\sigma_{n1}\\ \vdots \\ \sigma_{nn}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ \vdots\\ N_n\end{pmatrix} \tag{1-n$''$}$$

よって，第 1 小体系から第 n 小体系までについて Σ がみたすべき条件をまとめると，

$$\left(\begin{pmatrix} X_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & X_n \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{n1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix}\right)\begin{pmatrix}\sigma_{11} & \cdots & \sigma_{n1}\\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1n} & \cdots & \sigma_{nn}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}N_1 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & N_n\end{pmatrix} \tag{2$''$}$$

したがって，

$$\begin{pmatrix} \mathrm{X}_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \mathrm{X}_\mathrm{n} \end{pmatrix} = X, \qquad \begin{pmatrix} \mathrm{A}_{11} & \cdots & \mathrm{A}_{1\mathrm{n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{A}_{\mathrm{n}1} & \cdots & \mathrm{A}_{\mathrm{nn}} \end{pmatrix} = A$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1\mathrm{n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{\mathrm{n}1} & \cdots & \sigma_{\mathrm{nn}} \end{pmatrix} = \Sigma \qquad \begin{pmatrix} \mathrm{N}_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \mathrm{N}_\mathrm{n} \end{pmatrix} = N$$

と置くと，

$$(X-A')\Sigma' = N$$

Σ' についての方程式である上式は，$(X-A')$ が逆行列をもつとき，すなわち $\det(X-A') \neq 0$ のとき，解くことができる。そのばあいには，両辺に左から $(X-A')$の 逆行列を掛けて，

$$(X-A')^{-1}(X-A')\Sigma' = (X-A')^{-1}N$$
$$\Sigma' = (X-A')^{-1}N$$

一般に，2 つの行列 P, Q の積 PQ の転置行列については，$(PQ)'=Q'P'$ であることに注意して，両辺に転置をほどこすと，

$$\Sigma = N'((X-A')^{-1})'$$

ここで N は対角行列であるから，$N'=N$，したがって，

$$\Sigma = N((X-A')^{-1})' \tag{3''}$$

行列計算のソフトウェアが簡単にパーソナルコンピューター上で利用できるようになった今日，投入係数行列と総生産物ベクトルが与えられれば，この Σ を求めることは，きわめて容易になったといってよい。ちなみに，第 2 節の体系 II についての Σ_{II} は，上の（3″）式を用いて求められた。その結果は，次の通りである。

$$\Sigma_{II} = \begin{pmatrix} 17/29 & 12/29 & 10/29 \\ 6/29 & 57/145 & 33/145 \\ 6/29 & 28/145 & 62/145 \end{pmatrix}$$

さて，本節のはじめにみた，純生産物が 2 個のばあいの式（3′）とこの式（3″）とをくらべてみると，式（3′）における Σ が 2 行 2 列の正方行列であったのにたいして，この純生産物が n 個のばあいの式（3″）における Σ が n 行 n 列の正方行列であるという違いは当然あるものの，2 つの式がほぼ同じ形であることが看て取れるであろう。それゆえ，以下の検

討では，体系のサイズを縮小して，主として 2 純生産物モデルで考えていくことにしよう。複雑な問題を扱うさいに，本質を大きく損なうものでないかぎり，できるだけシンプルなモデルで考えることに大きなメリットがあるからである。とはいえ，単純化すればそれに伴って，不可避的に取り扱うことのできない問題群も出てこざるをえないので，そのような方法のもつ限定性なり部分性には，十分に意識的であることが必要となろう。このようなアプローチの諸前提の一部については，のちの節で検討を加えることにしよう。

さて，以上ではなお，スラッファの提示した「小体系」の構成方法を確認したにとどまっており[6)]，それが提起している，あるいは提起しうる興味深い問題群にはまだほとんど触れられていない。そこで次節では，それらのうち比較的簡単なものを取り上げ，それを起点としてさらなる研究の拡がりなり深化なりが起こりうる，いくつかの方向性や可能性を探っていくことにしよう。

4. 純生産可能性フロンティア

この節では，まず，スラッファの「小体系」が含意していることと，含意していないこととをやや踏み込んで検討し，それを通してスラッファの「小体系」の理論的可能性のいくつかの端緒を探っていくことにしたい。

まず，スラッファの「小体系」が含意していること，あるいは含意しうることからみていくことにしよう。

その第 1 は，スラッファの「小体系」が，いわば唯物論的な，かつ決定論的なものとして理解される「可能性」にかかわる。すなわち，前節までの小体系モデルでは，全体としての再生産体系を「小体系」に分解するに際しては，純生産物を産出するための，主として物的な投入―産出の連関構造が大きな役割を果たしていた。スラッファの小体系モデルにおいて，理由は必ずしも自明ではないが，投入―産出の技術的連関，数量的関数関係は必ずしも不安定的なものとは想定されておらず，従って，このモデルは，レオンチェフ・モデルとも通底するところのある，投入係数行列（前節の記号では A）と総生産物ベクトル（前節では，ベクトルの第 i 要素を（i, i）要素とする対角行列 X）とによって，あるひとつの社会，あるいはおそらくはほぼ全面化した商品生産とその売買を通じて，結果的に編成されたかぎりでの社会的連関が，大きく規制されるひとつの社会像を浮かび上がらせているかのように受け取られるかもしれない。そこでまず，はたしてスラッファの「小体系」のモデルはかかる決定論的なものであるのかどうか，もしそのような側面があるとすれば，どの程度までそうであるのかを，まず検討しておくことにしよう。この検討のために，前節までで取り扱った，2 純生産物モデルを利用することにしよう。

［体系Ⅰ：2 純生産物モデル・数値例（再掲）］

60 台のトラクタ ＋ 100 トンの小麦 ＋ 100 人の労働 → 160 台のトラクタ（net 60 台）

40 台のトラクタ ＋ 200 トンの小麦 ＋ 100 人の労働 → 400 トンの小麦（net 100 トン）

ここで，この小体系の理解をさらに深めるために，次のような問題を考えてみることにしよう。

いま，この生産の技術的連関と，生産に投入される労働の総量が与えられたときに，この社会で得ることのできる純生産物ベクトルは，はたして $\begin{pmatrix}\text{トラクタ 60 台}\\ \text{小麦 100 トン}\end{pmatrix}$ しかあり得ないのだろうか。

言い換えれば，いま，何らかの理由で，この社会の構成メンバーが，事前的に「トラクタはもう少し少なくてもよいが，小麦はもっと欲しい」という欲求を持ったか，あるいは事後的・結果的にみてそのような欲求を持ったのと同等な状態であったとしよう。そのようなばあいに，結果的に，トラクタの純生産物がたとえば 10 数パーセントほど減り，逆に小麦の純生産物が 10 数パーセントほど増えるというような状態は，同一の生産の技術的連関および同じ総労働投入量の下では，はたして可能なのだろうか，という問題である。

結論から言えば，可能である。そのばあいの社会の再生産体系のひとつの例は，次のようになる。なおこのばあい，生産の規模にかんする収穫不変，ならびにいわゆる人間労働の可塑性が仮定されており，さらにいわゆる資源制約の問題はないものと仮定されている。

［体系Ⅰ′：2 純生産物モデル・数値例］

57 台のトラクタ ＋ 95 トンの小麦　＋ 95 人の労働　→ 152 台のトラクタ（net 53 台）

42 台のトラクタ ＋ 210 トンの小麦 ＋ 105 人の労働 → 420 トンの小麦（net 115 トン）

99　　　　　　　305　　　　　　　200

この体系Ⅰ′は，以下の 2 つの小体系に分解される。（ただし，小数点以下第 2 位の値については，四捨五入の関係から，いくつか不突合がある。）

［小体系Ⅰ′-1］

39.75 台のトラクタ ＋ 66.25 トンの小麦 ＋ 66.25 人の労働

→ 106.00 台のトラクタ（net 53 台）

13.25 台のトラクタ ＋ 66.25 トンの小麦 ＋ 33.125 人の労働

→ 132.50 トンの小麦（net 0 トン）

53　　　　　　　132.50　　　　　　　99.375

［小体系Ⅰ′-2］

17.25 台のトラクタ ＋ 28.75 トンの小麦　＋ 28.75 人の労働

→ 46.00 台のトラクタ（net 0 台）

28.75 台のトラクタ ＋ 143.75 トンの小麦 ＋ 71.875 人の労働
→ 287.5 トンの小麦（net 115 トン）

46.00　172.50　100.625

みられるように，同一の生産の技術的連関の下で，この社会は，$\begin{pmatrix}\text{トラクタ 53 台}\\ \text{小麦約 115 トン}\end{pmatrix}$ という，トラクタの純生産物は約 11.67 パーセント減少したものの，小麦の純生産物は約 15 パーセント増大するという別の純生産ベクトルを獲得することができたわけである。

それでは，このような純生産物の組み合わせは，ほかにはないのだろうか。また，あるとすれば，それらはどのようにして求められるのであろうか。

この問題を明らかにする上で大きな手掛かりとなる，興味深いことがある。それは，上の小体系［I′-1］と［I′-2］を，すでにみた小体系［I-1］と［I-2］と比べてみることによって浮かび上がってくる。第 1 節の体系 I を，その 2 つの小体系とともに再掲すると，次のようになる。

［体系 I：数値例］

60 台のトラクタ ＋ 100 トンの小麦 ＋ 100 人の労働 → 160 台のトラクタ（net 60 台）
40 台のトラクタ ＋ 200 トンの小麦 ＋ 100 人の労働 → 400 トンの小麦（net 100 トン）
100　300　200

［小体系 I-1］

45 台のトラクタ ＋ 75 トンの小麦 ＋ 75 人の労働 → 120 台のトラクタ（net 60 台）
15 台のトラクタ ＋ 75 トンの小麦 ＋ 37.5 人の労働 → 150 トンの小麦（net 0 トン）
60　150　112.5

［小体系 I-2］

15 台のトラクタ ＋ 25 トンの小麦 ＋ 25 人の労働 → 40 台のトラクタ（net 0 台）
25 台のトラクタ ＋ 125 トンの小麦 ＋ 62.5 人の労働 → 250 トンの小麦（net 100 トン）
40　150　87.5

この第 1 小体系は，トラクタの純生産物だけをつくるためのものと考えることができるので，この第 1 小体系で使われている「労働」（112.5 人）は，トラクタの純生産物（60 台）をつくるために使われたものと解することができる。そこで小体系 I-1 で，「トラクタ純生産物 1 台をつくるのに必要な労働」と見做すことができるものを計算してみると，

112.5（人）／ 60（台）＝ 1.875（人／台）

また，小体系 I-2 から，「小麦純生産物 1 トンをつくるのに必要な労働」と見做すことが

できるものを計算してみると，

87.5（人）／ 100（トン）＝ 0.875（人／トン）

となるが，同様に，上述の小体系 I′-1 および I′-2 から，この小体系での「トラクタ純生産物 1 台をつくるのに必要な労働」と見做すことができるもの，および「小麦純生産物 1 トンをつくるのに必要な労働」と見做すことができるものを計算してみると，それぞれ，

99.375（人）／ 53（台）＝ 1.875（人／台）
100.625（人）／ 115（トン）＝ 0.875（人／トン）

となる。このことは，ある社会において，あるひとつの収穫不変の生産の技術的連関が存在し，またその社会で投入される労働の量が同一だとしても，その社会で生み出されうる純生産物ベクトルは複数（すぐのちに明らかにするように，あるいみでは無限に）存在し，しかもそれらのすべて場合において，純生産物 N_i を 1 単位生産するために必要とみなされる労働の量は同一のものである，ということを予想させる。そこでこの点を，2 生産物モデルで確認しておくことにしよう。まず，もとの体系と，その 2 つの小体系の表式を，少し形を変えて再掲する。

［体系 I：2 純生産物モデル（若干の省略をして再掲）］

$$A_{11}+A_{12}+L_1 \rightarrow X_1 \quad \left(N_1 = X_1-\sum_{i=1}^{2} A_{i1}\right)$$
$$A_{21}+A_{22}+L_2 \rightarrow X_2 \quad \left(N_2 = X_2-\sum_{i=1}^{2} A_{i2}\right)$$

［体系 I-第 1 小体系（再掲）］

$$\sigma_{11}A_{11}+ \quad \sigma_{11}A_{12}+ \quad \sigma_{11}L_1 \rightarrow \sigma_{11}X_1$$
$$(N_{11} = \sigma_{11}X_1-(\sigma_{11}A_{11}+\sigma_{12}A_{21}) = N_1)$$
$$\sigma_{12}A_{21}+ \quad \sigma_{12}A_{22}+ \quad \sigma_{12}L_2 \rightarrow \sigma_{12}X_2$$
$$(N_{12} = \sigma_{12}X_2-(\sigma_{11}A_{12}+\sigma_{12}A_{22}) = 0)$$
$$\sigma_{11}A_{11}+\sigma_{12}A_{21} \quad \sigma_{11}A_{12}+\sigma_{12}A_{22} \quad \sigma_{11}L_1+\sigma_{12}L_2$$

［体系 I-第 2 小体系（再掲）］

$$\sigma_{21}A_{11}+ \quad \sigma_{21}A_{12}+ \quad \sigma_{21}L_1 \rightarrow \sigma_{21}X_1$$
$$(N_{21} = \sigma_{21}X_1-(\sigma_{21}A_{11}+\sigma_{22}A_{21}) = 0)$$
$$\sigma_{22}A_{21}+ \quad \sigma_{22}A_{22}+ \quad \sigma_{22}L_2 \rightarrow \sigma_{22}X_2$$
$$(N_{22} = \sigma_{22}X_2-(\sigma_{21}A_{12}+\sigma_{22}A_{22}) = N_2)$$

$\sigma_{21}A_{11}+\sigma_{22}A_{21}\quad \sigma_{21}A_{12}+\sigma_{22}A_{22}\quad \sigma_{21}L_1+\sigma_{22}L_2$

ここで，

X_i：もとの体系の第 i 番目の生産物の総生産量（gross product），

N_i：もとの体系の第 i 番目の生産物の純生産量（net product）

A_{ij}：第 i 番目の生産物 X_i を生産するために投入される第 j 番目の生産物，

L_i：第i番目の生産物X_i を生産するために必要な労働の量，

σ_{ij}：第 i 小体系の第 j 行目をつくるために，もとの体系の第 j 行に乗ぜらるべき係数，

N_{ij}：第 i 小体系の第 j 番目の純生産物で，これは，$i\neq j$ のとき $N_{ij}=0$, $i=j$ のとき $N_{ij}=N_i$,

であり，いずれも非負である。($X_i, N_i, A_{ij}, L_1, \sigma_{ij}, N_{ij}\geqq 0$)

このとき，小体系 I-1 および I-2 をみることによって得られる，第 i 番目の純生産物 1 単位を生産するために必要とみなされる労働の量を λ_i（$i=1, 2$）とすると，

$$\lambda_1 = (\sigma_{11}L_1+\sigma_{12}L_2)/(\sigma_{11}X_1-(\sigma_{11}A_{11}+\sigma_{12}A_{21})) = (\sigma_{11}L_1+\sigma_{12}L_2)/N_1$$
$$\lambda_2 = (\sigma_{21}L_1+\sigma_{22}L_2)/(\sigma_{22}X_2-(\sigma_{21}A_{12}+\sigma_{22}A_{22})) = (\sigma_{21}L_1+\sigma_{22}L_2)/N_2$$

となっている。

さて，いまここで，小体系 I-1 の第 1 行および第 2 行を，ともに β_1（$\beta_1\geqq 0, \beta_1\neq 0$）倍した「体系」のようなものを考えてみると，次のようになる。

[I″-1]

$$\beta_1\sigma_{11}A_{11}+\quad \beta_1\sigma_{11}A_{12}+\quad \beta_1\sigma_{11}L_1\rightarrow\quad \beta_1\sigma_{11}X_1$$
$$(N_{11} = \beta_1\sigma_{11}X_1-\beta_1(\sigma_{11}A_{11}+\sigma_{12}A_{21}) = \beta_1N_1)$$
$$\beta_1\sigma_{12}A_{21}+\quad \beta_1\sigma_{12}A_{22}+\quad \beta_1\sigma_{12}L_2\rightarrow\quad \beta_1\sigma_{12}X_2$$
$$(N_{12} = \beta_1\sigma_{12}X_2-\beta_1(\sigma_{11}A_{12}+\sigma_{12}A_{22}) = 0)$$
$$\beta_1(\sigma_{11}A_{11}+\sigma_{12}A_{21})\quad \beta_1(\sigma_{11}A_{12}+\sigma_{12}A_{22})\quad \beta_1(\sigma_{11}L_1+\sigma_{12}L_2)$$

また，同じように，小体系 I-2 の第 1 行および第 2 行を，ともに β_2（$\beta_2\geqq 0, \beta_2\neq 0$）倍した「体系」のようなものを考えてみると，次のようになる。

[I″-2]

$$\beta_2\sigma_{21}A_{11}+\quad \beta_2\sigma_{21}A_{12}+\quad \beta_2\sigma_{21}L_1\rightarrow\quad \beta_2\sigma_{21}X_1$$
$$(N_{21} = \beta_2\sigma_{21}X_1-\beta_2(\sigma_{21}A_{11}+\sigma_{22}A_{21}) = 0)$$
$$\beta_2\sigma_{22}A_{21}+\quad \beta_2\sigma_{22}A_{22}+\quad \beta_2\sigma_{22}L_2\rightarrow\quad \beta_2\sigma_{22}X_2$$
$$(N_{22} = \beta_2\sigma_{22}X_2-\beta_2(\sigma_{21}A_{12}+\sigma_{22}A_{22}) = \beta_2N_2)$$
$$\beta_2(\sigma_{21}A_{11}+\sigma_{22}A_{21})\quad \beta_2(\sigma_{21}A_{12}+\sigma_{22}A_{22})\quad \beta_2(\sigma_{21}L_1+\sigma_{22}L_2)$$

みられるように，「体系」I″-1 は，「自己補塡状態にある……諸産業の体系」を「次に述べるような仕方でその純生産物……の数だけの部分に細分」したもの，「すなわち，その各部分がより小さい自己補塡的体系を形成し，その純生産物がただ一種の」純生産物「からなるように」したものとなっており，スラッファのいわゆる「小体系」としての条件のいくつかを備えている。同じことは「体系」I″-2 についても言いうる。この 2 つの「体系」がもとの体系 I の小体系であるためには，加えて次の 1 つの条件が充たされさえすればよい。それは，

$$\beta_1(\sigma_{11}L_1+\sigma_{12}L_2)+\beta_2(\sigma_{21}L_1+\sigma_{22}L_2)=L \tag{6}$$

あるいは，

$$(\beta_1\sigma_{11}+\beta_2\sigma_{21})L_1+(\beta_1\sigma_{12}+\beta_2\sigma_{22})L_2=L$$

$$\sum_{j=1}^{2}(\beta_1\sigma_{1j}L_j+\beta_2\sigma_{2j}L_j)=L \tag{6′}$$

$$\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\beta_i\sigma_{ij}L_j=L \tag{6″}$$

である。この条件が充たされるばあいには，I″-1 と I″-2 とは，体系 I と同じ生産の技術的連関と同じ投入労働量をもつ，いまひとつの体系 I″ の 2 つの小体系となっている。そして小体系 I″-1 の純生産物 N_1'' は，小体系 I-1 の純生産物 N_1 の β_1 倍となっており，また，小体系 I″-2 の純生産物 N_2'' は，小体系 I-2 の純生産物 N_2 の β_2 倍となっているわけである。

ところで，一般に，もとの体系を n 個の小体系に分解し，それをみることによって抽出することのできる，第 i 番目の純生産物 1 単位を生産するために必要とみなされる労働の量を，λ_iで あらわすことにすると[7)]，λ_i は次のようになる。

$$\lambda_i=\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}L_j/N_i \tag{7}$$

このとき，小体系 I″-1 および I″-2 をみることによって得られる，第 i 番目の純生産物 1 単位を生産するために必要とみなされる労働の量 λ_i''（i=1, 2）は，上の［I″-1］および［I″-2］より，それぞれ，次のようになる。

$$\begin{aligned}\lambda_1''&=\beta_1(\sigma_{11}L_1+\sigma_{12}L_2)/\beta_1(\sigma_{11}X_1-(\sigma_{11}A_{11}+\sigma_{12}A_{21}))\\&=(\sigma_{11}L_1+\sigma_{12}L_2)/N_1=\lambda_1\\\lambda_2''&=\beta_2(\sigma_{21}L_1+\sigma_{22}L_2)/\beta_2(\sigma_{22}X_2-(\sigma_{21}A_{12}+\sigma_{22}A_{22}))\\&=(\sigma_{21}L_1+\sigma_{22}L_2)/N_2=\lambda_2\end{aligned}$$

みられるように，

$$\lambda_1'' = \lambda_1, \qquad \lambda_2'' = \lambda_2$$

となっているわけである。

以上によって，ある社会において，生産の投入—産出の技術的連関がいわゆる収穫不変の形でひとつ与えられ，またその社会で生産に投入される労働の量が同一だとしても，その社会で生み出されうる純生産物ベクトルは，いわゆる資源制約がないものと仮定し，またいわゆる労働の可塑性を仮定すると，その社会で生産に投入される労働の量が同一であるという条件をあらわす式（4）ないし式（4′）が充たされるかぎりでは，無限に存在し，しかもそれらのすべて場合において，純生産物 N_i を 1 単位生産するために必要とみなされる労働の量は同一のものになる，ということが示された。

この性質を利用すると，この生産の技術的関係，投入されるある労働の量の下で，生産可能な N_1 の最大値を求めることができる。それは，体系 I の具体的数値例にそくして言い換えれば，次のような問題になる。

ある社会で，生産の技術的関係が収穫不変の形で与えられており，トラクタの純生産物 1 台を生産するのに，スラッファの小体系からみて社会的に $\lambda_1 = \dfrac{112.5(\text{人})}{60(\text{台})} = 1.875\left(\dfrac{\text{人}}{\text{台}}\right)$ が必要であるとする。生産に投入される労働の総量 L＝200 人がすべてトラクタの生産に振り向けられたとすると，そのばあいのトラクタの純生産量 N_1^* は何台になるだろうか。

このような純生産ベクトルが $\begin{pmatrix} \text{トラクタ } N_1^* \text{ 台} \\ \text{小麦 } 0 \text{ トン} \end{pmatrix}$ のばあいには，N_1^* は次のようになる[8)]。

$$N_1^* = L/\lambda_1 = 200(\text{人})/1.875(\text{人}/\text{台}) \fallingdotseq 106.67(\text{台})$$

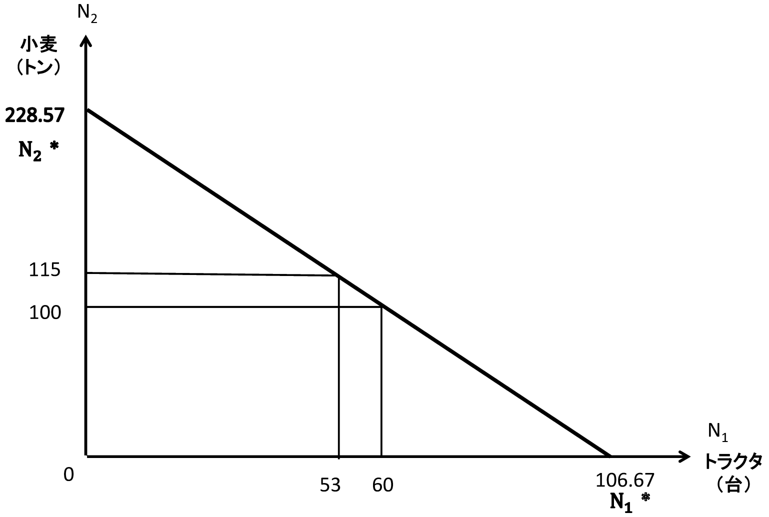
同様に，小麦の純生産物 1 トンを生産するのに，社会的に $\lambda_2 = \dfrac{87.5(\text{人})}{100(\text{トン})} = 0.875\left(\dfrac{\text{人}}{\text{トン}}\right)$ が必要であるとき，生産に投入される労働の全体が，小麦の生産振り向けられたとすると，そのばあいの小麦の純生産量 N_2^* は，次のようになる[9)]。

$$N_2^* = L/\lambda_2 = 200(\text{人})/0.875(\text{人}/\text{トン}) \fallingdotseq 228.57(\text{トン})$$

さて，いま，N_1 を横軸にとり，N_2 を縦軸にとった平面（これを N_1-N_2 平面，あるいは 2 次元の純生産物空間とよぶことにしよう）上に，この 2 点 N_1^*, N_2^* をプロットし，この 2 点を線分で結ぶ。すると，この線分上の点はすべて，ある収穫不変の投入—産出関係の下で，生産に投入される一定の総労働量が産出することのできる純生産物の組み合わせ（N_1, N_2）を示すものになる。このような，2 次元の純生産物空間のなかで，線分 $N_1^*N_2^*$ 上にある点（N_1, N_2）の集合（ただし，$N_1, N_2 \geq 0$）を，この 2 次元純生産物空間における純生産物生産可能性フロンティアとよぶことにしよう。その様子を，2 純生産物についてのモデルである体系 I について図示すると，図 1 のようになる。

なお，ここで，この図 1 で，N_1 の最大値を示している点 N_1^*（$L/\lambda_1, 0$）と，N_2 の最大値

図１　２純生産物体系の純生産物生産可能性フロンティア



を示している点 N_2^*（0, L/λ_2）とを結ぶ線分をあらわす式をもとめておくことには，じつは重要な意味がある。これは，N_1-N_2 平面上で，点（N_1^*, 0）と点（0, N_2^*）を通り，傾き（$-N_2^*/N_1^*$）の線分であるから，その式は，

$$N_2 = (-N_2^*/N_1^*)(N_1-N_1^*) \tag{8}$$

あるいは，

$$N_2 = (-N_2^*/N_1^*)N_1+N_2^*$$

となる。ここで，

$$N_1^* = L/\lambda_1, \qquad N_2^* = L/\lambda_2$$

であるから，これらを（6）に代入すると，

$$N_2 = (-(L/\lambda_2)/(L/\lambda_1))\times(N_1-(L/\lambda_1))$$
$$N_2 = (-(\lambda_1/\lambda_2))\times(N_1-(L/\lambda_1))$$
$$\lambda_2 N_2 = (-\lambda_1)(N_1-(L/\lambda_1))$$
$$\lambda_1 N_1+\lambda_2 N_2 = L$$
$$L = \sum_{i=1}^{n}\lambda_i N_i \tag{9}$$

ただし，

$$N_i \geq 0 \quad (i=1,2) \tag{10}$$

なお，この（9）式は，より直接的に（7）式から求めることもできる。すなわち，（7）式より，

$$\lambda_1 = (\sigma_{11}L_1+\sigma_{12}L_2)/N_1$$
$$\lambda_2 = (\sigma_{21}L_1+\sigma_{22}L_2)/N_2$$

これより，

$$\lambda_1 N_1 = (\sigma_{11}L_1+\sigma_{12}L_2)$$
$$\lambda_2 N_2 = (\sigma_{21}L_1+\sigma_{22}L_2)$$

上の 2 つの式を，辺々足すと，前節はじめの「体系 I–第 1 小体系」と「体系 I–第 2 小体系」の作り方，とくに式（5）から，

$$\begin{aligned}\lambda_1 N_1+\lambda_2 N_2 &= (\sigma_{11}L_1+\sigma_{12}L_2)+(\sigma_{21}L_1+\sigma_{22}L_2)\\ &= (\sigma_{11}+\sigma_{21})L_1+(\sigma_{12}+\sigma_{22})L_2\\ &= L_1+L_2 = L\end{aligned}$$

この式の意味するところは，ある純生産物 1 単位を生産するのに必要とみなされる労働の量に，その純生産物の産出量を掛け，それをすべての純生産物について足し合わせたものは，その社会で投入される総労働量に等しい，というものである。このことの重要性については，n 個の純生産物についてのモデルまでみたうえで，再度取り扱うことにしよう。

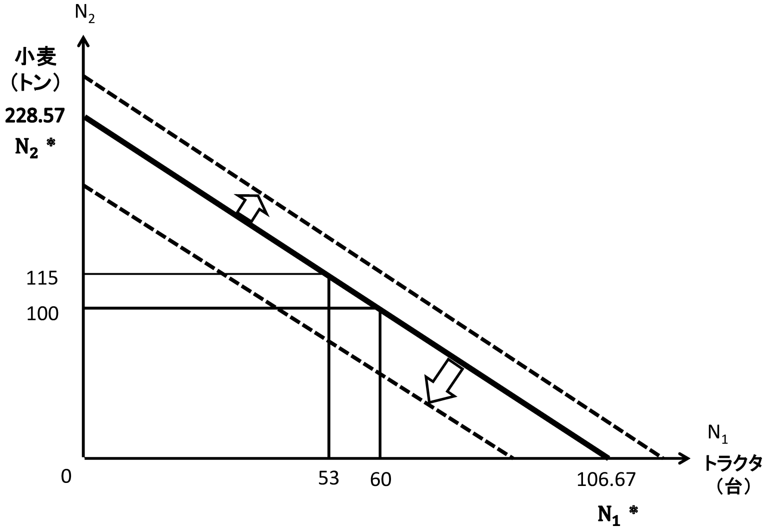
さて，上にみた図 1 によって，2 純生産物という簡単なものながら，とりあえず純生産物をめぐるいくつかの関係が多少可視化されたので，いま少しこの図を使って，純生産物をめぐる諸連関をみてみることにしよう。まず，考えてみたいのは，つぎのような問題である。すなわち，

生産の技術的連関が所与のある社会で，生産に投入可能な「労働」が当初の 200 人から増えたり，あるいは反対に減ったりするばあいには，そのことは，この N_1 を横軸とし，N_2 を縦軸とする 2 次元の純生産物空間（以下では一般的に，$N_1, N_2, \cdots, N_n$ という互いに直交する座標軸によってつくられる n 次元の空間を，n 次元純生産物空間とよぶことにしよう。）のなかでは，どのような形となってあらわれてくるのだろうか。

これにたいしては，次のように答えることができる。

いま，ある社会において，体系 I と同じ生産の技術的連関の下で，生産に投入される労働の量が，体系 I の L から，kL（$k \geqq 0$）に変化したとしよう（この k を，n 次元純生産物空間における “activity level” とよぶこともできる）。このばあいの純生産物生産可能性フロン

図２　２純生産物体系の純生産物フロンティアの拡大・縮小



ティアは，$(kL/\lambda_1, 0)$ と $(0, kL/\lambda_2)$ の 2 点を結ぶ線分となる。これは，$(kN_1^*, 0)$ と $(0, kN_2^*)$ を結ぶ線分といってもよい。その様子を図示すれば，図 2 のようになる。

図 2 にみられるように，$k>1$ のときには，N＝200（人）のときに較べて，純生産物生産可能フロンティアは右上方へ上がり，反対に $k<1$ のときには，同じく N＝200（人）のときに較べて，純生産物生産可能性フロンティアは左下方へ下がることになる[10]。

ところでいま，社会全体で生産のために投入されている労働の量が L であったとすると，それより少ない労働量の投入でも生産しうる純生産物の組み合わせは，この社会にとって生産可能であると考えてよいであろう。そうだとすれば，この社会の構成メンバーにとって，図 2 の原点 (0, 0) と $(N_1^*, 0)$ と $(0, N_2^*)$ とを頂点とする三角形の内部（線分の上も含む）のあらゆる点であらわされる純生産物の組み合わせは，生産可能である，ということになる。そこで，以下では，この領域を「純生産物生産可能性集合」とよぶことにしよう[11]。

そしてもし，この社会が生産に投入しうる労働の量を，その最大値 L_{max} まで引き上げることができるとするならば，純生産物生産可能性集合は，N_1-N_2 平面上で，原点 (0, 0) と $(L_{max}/\lambda_1, 0)$ と $(0, L_{max}/\lambda_1)$ の 3 点を線分で結んだ内部の点すべて，ということになるわけである。

このような純生産物生産可能性集合の概念を前提とすれば，先にみた純生産物生産可能性フロンティアの概念については，つぎのように捉え直すこともできる。すなわち，ある一定の労働の量の投入を前提にした上で，そのとき存在する純生産物生産可能性集合のうちで，他の純生産物の産出量を減ずることなくその（一般的には，任意の）純生産物を増やすことがもはや不可能であるような純生産物の組み合わせを，純生産物生産可能性フロンティア，

あるいは単に純生産物フロンティアという，と。

さて，スラッファの小体系を手掛かりにして，簡単な2純生産物モデルからでも，次のようなことが分かった。(以下の n は，ここでは n=2 である。)

ある社会における生産のための投入—産出の技術的関係が，いわゆる規模にかんする収穫不変のものとして与えられ，また，その社会で生産に投入される労働の量が一定のとき，

i ）その社会の生産の体系は，その社会の生産する純生産物の数だけの小体系に分解されるが，その各小体系には，それぞれただひとつの純生産物 N_i だけが含まれることになるため，その第 i 小体系に投入されている労働量をあわせたもの $\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}L_j$ は，この N_i を生産するために投入された労働量であると解釈することができる。ここで N_i を1単位を生産するために必要な労働量を λ_i とすると，

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}L_j/N_i \qquad (7)\ (再掲)$$

そしてこの λ_i の値は，生産の技術的連関が所与で，総投入労働量が一定であれば，それが許容する範囲での純生産物の組み合わせがいかなるものであったとしても，その組み合わせの在り方には依存せず，一定である。

ii ）このとき，ある第 i 純生産物1単位を生産するのに必要とみなされる労働の量 λ_i に，その純生産物の産出量 N_i を掛け，それをすべての純生産物について足し合わせたものは，その社会で投入される総労働量に等しい。すなわち，

$$\sum_{i=1}^{n}\lambda_i N_i = L \qquad (9)\ (再掲)$$

そしてこの式（7）は，n 次元純生産物空間において，社会で投入されている全ての労働量が第 i 純生産物の生産だけに振り向けられたときの第 i 生産物の純生産量を N_i^*（$i = 1, 2, \cdots, n$）とするとき，n 個の軸上の点 $(N_1^*, 0, \cdots, 0), (0, N_2^*, \cdots, 0), \cdots, (0, \cdots, N_n^*)$，を通る超平面[12)]上の点で，かつ，

$$N_i \geq 0 \quad (i = 1, \cdots, n) \qquad (10)$$

のものの集合をあらわすこととなる。そして，この式（9）かつ式（10）であらわされる部分を，「純生産物生産可能性フロンティア」とよぶことができる。

iii ）上の「純生産物生産可能性フロンティア」と，N_1 軸，…，N_n 軸で囲まれた領域を「純生産物生産可能性集合」とよぶことができる。与えられた生産の技術的連関，投入される労働量を一定として，この領域のなかであれば，どの純生産物の組み合わせも，実際に生産することができるからである。

iv ）もし，社会全体として投入される労働量が変化すれば，その増加や減少に合わせて，「純生産物生産可能性フロンティア」の拡大・縮小と，したがってまた，「純生産物生産

可能性集合」の拡張・収縮が起こる。

などである。

さて以上，純生産物が2つある体系についてみてきたが，それでは，純生産物が3つある再生産体系では，以上の諸関係はどのようになるのであろうか。

具体的な数値例としては，すでに第2節においてそのひとつを体系IIとして提示しておいた。この体系IIは，200人の労働が投入され，社会全体での純生産物ベクトルは，$(N_1\ N_2\ N_3)=$（トラクタ30台 石炭45トン 小麦60トン）となっている。この体系IIを3つの小体系に分解することによって抽出される，第i番目の純生産物1単位を生産するために必要とみなされる労働の量 λ_i（$i=1,2,3$）は，ここでは，

$$\lambda_1 = 84.5(\text{人})/30(\text{台}) = 2.817(\text{人}/\text{台})$$
$$\lambda_2 = 52.76(\text{人})/45(\text{トン}) = 1.172(\text{人}/\text{トン})$$
$$\lambda_3 = 62.76(\text{人})/60(\text{トン}) = 1.46(\text{人}/\text{トン})$$

となっている。また，200人の労働がすべて第i番目の生産物の純生産物の生産に投入されたばあいの，いわばこの純生産物生産可能性フロンティアのコーナー解，N_1^*, N_2^*, N_3^* については，

$$N_1^* = 200/\lambda_1 \fallingdotseq 71.01(\text{台})$$
$$N_2^* = 200/\lambda_2 \fallingdotseq 170.58(\text{トン})$$
$$N_3^* = 200/\lambda_3 \fallingdotseq 191.2(\text{トン})$$

となっている。その様子を示すと，図3のようである。

じつは，より一般的な3純生産物モデルは，先にみた2純生産物モデルを拡張することによって，比較的容易に得られる。

まず，ｉ）については，$n=3$ のばあいにも同様に，

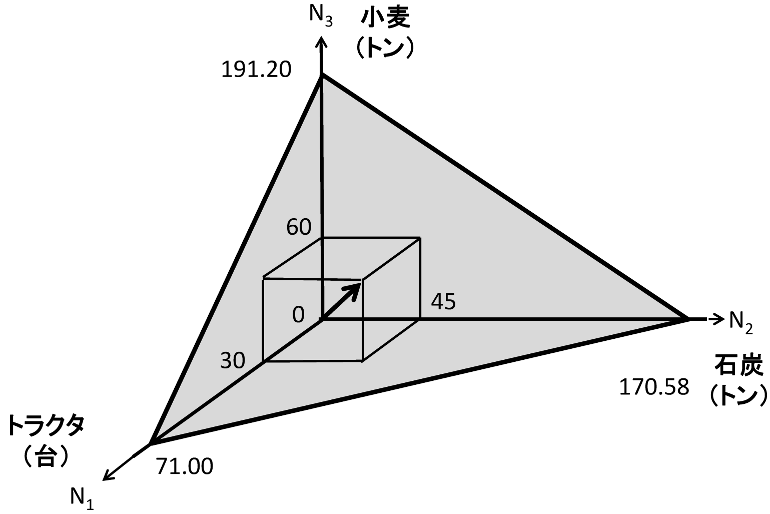
$$\Sigma = N((X-A')^{-1})' \tag{3'''}$$

が成立し，これによって小体系をつくることができるため，あとは小体系の定義により，ｉ）が成立する。

ⅱ）についても，すでに第3節で示した「n個の純生産物のある体系の一般表式」でのn個の小体系の作り方から，

$$\lambda_1 = (\sigma_{11}L_1+\sigma_{12}L_2+\sigma_{13}L_3)/N_1$$
$$\lambda_2 = (\sigma_{21}L_1+\sigma_{22}L_2+\sigma_{23}L_3)/N_2$$
$$\lambda_3 = (\sigma_{31}L_1+\sigma_{32}L_2+\sigma_{33}L_3)/N_3$$

図３　3純生産物体系の純生産物生産可能性フロンティア



この3つの式から，

$$\lambda_1 N_1 = \sigma_{11}L_1 + \sigma_{12}L_2 + \sigma_{13}L_3$$
$$\lambda_2 N_2 = \sigma_{21}L_1 + \sigma_{22}L_2 + \sigma_{23}L_3$$
$$\lambda_3 N_3 = \sigma_{31}L_1 + \sigma_{32}L_2 + \sigma_{33}L_3$$

この3つの式を，辺々足すと，$1 \leqq j \leqq n$ なるすべての j について，次の（5′）が成りたつから，

$$\sum_{i=1}^{n} \sigma_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, \cdots, n) \tag{5′}$$

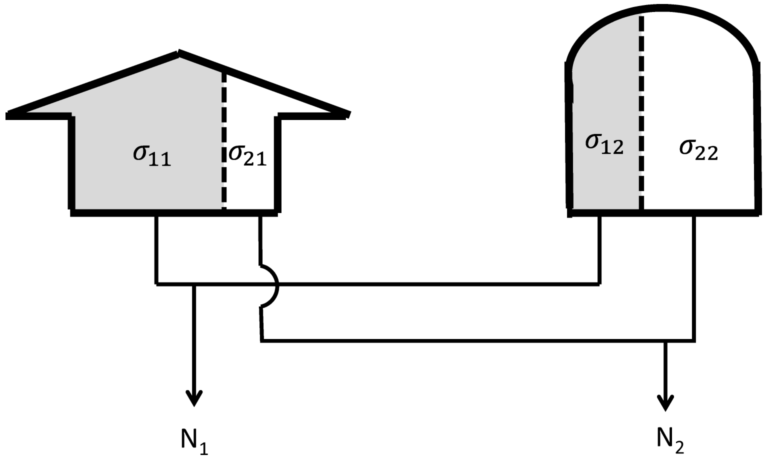
$$\begin{aligned} \lambda_1 N_1 + \lambda_2 N_2 + \lambda_3 N_3 &= \sum_{j=1}^{3} \sigma_{1j} L_j + \sum_{j=1}^{3} \sigma_{2j} L_j + \sum_{j=1}^{3} \sigma_{3j} L_j \\ &= \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \sigma_{ij} L_j \\ &= \sum_{j=1}^{3} (\sigma_{1j} + \sigma_{2j} + \sigma_{3j}) L_j \\ &= L_1 + L_2 + L_3 \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{3} \lambda_i N_i = L \tag{9′}$$

ただし，

$$N_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \tag{10′}$$

図４　２純生産物体系の第１小体系および第２小体系への分解のイメージ



したがって，ii）は，純生産物が３個のときにも成り立つ。そしてこのことは，同様のやり方で，純生産物が n 個のばあいについても成り立つことが証明される。

iii），iv）が，純生産物が３個のときにも成り立つことは，ほぼ明らかであろう。

そして以上のことは，じつは，一般の n 個の純生産物のある体系についても，適切な変更，たとえば，式（6‴）を，

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\beta_i\sigma_{ij}L_j = L \tag{6‴}$$

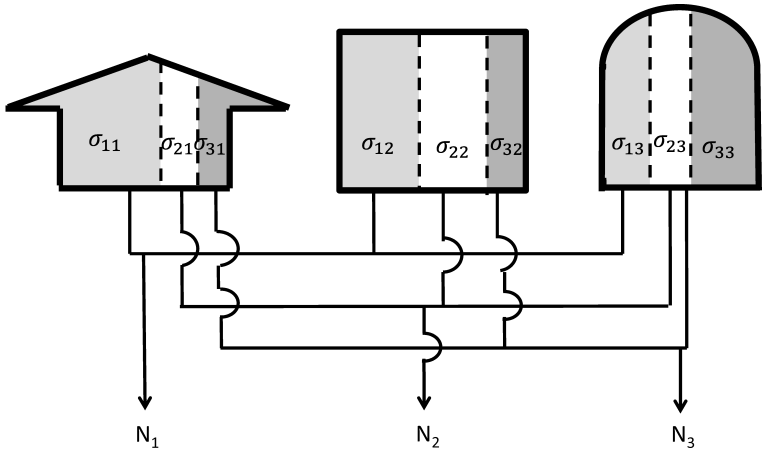
にするような変更を加えれば，成り立つ。したがって，上に掲げた i）〜 iv）は，一般の n（n≧1）のばあいについても成り立つわけである。

なお付言すれば，以上のスラッファの小体系によってつくられた n 次元の純生産物モデルの描像は，もとの体系の n 個の総生産物量を軸にとる描像に比べて，（2 つは同じものを表現しているにも拘わらず，）社会的に投入される総労働と，経済的諸変量との関係を考察するさいに，はるかに見通しのよい，またある程度操作性の高いものとなっていることが理解されるであろう。

ところで，このような小体系を用いて，ある社会の再生産体系を認識の上で組み替え，もとの社会の再生産体系を，n 個の純生産物の織り成す n 次元空間において捉え直す，という手法は，2 純生産物のばあい，ないし 3 純生産物のばあいには，図 1，ないし図 3 によってある程度イメージすることが可能であろうが，n≧4 のばあいには難しくなる。そこで，n≧4 のばあいにも応用しうる，このような手法のイメージ図のひとつを示せば，2 純生産物のばあいについての図 4，あるいは 3 純生産物のばあいについての図 5 のようになる[13)]。

これは極めて素朴なものであるが，このようなやり方であれば，n がどれだけ大きくなろうと，それが高々有限のものであるかぎり，第 i 純生産物のいわばアイコンを右に次々に付

図５　３純生産物体系の３つの小体系への分解のイメージ



け加えていくことによって，もとの体系の n 個の小体系への分解の様子を，明晰に理解することができるわけである。

さて，以上，スラッファの小体系がいわばそれ自体として含んでいる内容の一端を探ってきたわけであるが，以下では，これらを踏まえて，本節の冒頭の問い，すなわち，このようなスラッファの小体系は，所与の生産の技術体系と一定の労働量のもとでは，その社会の生産の在り方を一意的に定めるような，いわば決定論的なものであるかどうか，という問題に立ち返ることにしよう。

すると，以上の検討を踏まえると，生産の技術的連関が所与で，生産に投入される労働の総量が一定でも，そこから産出される純生産物の組み合わせは一意的ではない，ということになる。より正確にいえば，その所与の投入―産出の技術的関係と，投入される一定の労働量の下で，その社会は，純生産可能性フロンティアのうちのあらゆる点（$N_1, N_2, \cdots, N_n$）を生産することができ，あるいはまた，その投入される労働量が変動するばあいにはそれに対応して許容される純生産可能性集合のうちのあらゆる点（$N_1, N_2, \cdots, N_n$）を生産することができるのであって，そのいみではこの社会の生産にはある種の自由度が与えられているといってよい。スラッファの小体系から導かれるモデルは，社会的生産の在り方に対して，一定の制約は課しているものの，けっして決定論的なものではないのである。したがって，これを決定論的なモデルと考えるのは，やや不正確な理解といわなければならない。むしろ逆にこのモデルは，それのみでは，ある意味で不完全なモデルである，ということもできる。なぜならば，あらゆる社会についての経済モデルは，もちろん資本主義市場経済のものも含めて，事前的にせよ，事後的・結果的にせよ，どの純生産物をどれだけつくるかを「決定」する関係式を含むことなしには，その再生産，したがってまたその社会自体の存続をトータルに表現しえないからである。したがって逆に言えば，社会的再生産を分析するあらゆる経

済モデルは，それぞれのやり方でこの「欠けている部分」を補っている，あるいは「埋めている」ということになる。このことは，「小体系」とそれに基づくモデルのどのような理論的可能性を示唆しているのだろうか。節を改めて検討しよう。

5. 方法的諸留保とスラッファ「小体系」の切り拔きうる理論的地平

前節で，スラッファの小体系の内包していると考えられるモデルのもつ「不完全性」を確認した。本節では，その「欠落」なり「不完全性」なりが逆に齎しうるいくつかの可能性をさぐる前に，まず，前節までの検討の際におかれていた諸前提について，多少反省を加えておきたい。以下では，とりあえず 4 つの点を対象にしよう。

その第 1 は，生産の技術的連関について置かれていた，いわゆる収穫不変の仮定についてである。注 2）でも述べたように，本稿では，スラッファの経済学体系全体とは一応切り離したかたちで，いわばそれ自体として「小体系」とそれを基に展開されうるものを見てきたのであるが，それでもやはりいわゆる収穫不変の仮定の妥当性の問題は，当然残っている[14)]。むしろ，このような小体系の手法を基にしたモデルに何らかの積極的な可能性や意義が見出されるのであれば，それぞれのメリットに応じて，それが適用できる範囲を画するものとして収穫不変の仮定を明示しつつその妥当性を吟味する，という手続きが必要となるであろう。

第 2 は，いわゆる資源制約がないものとする，という仮定である。資源制約があるばあいには，当然，純生産可能性集合や純生産可能性フロンティアは，より狭い範囲に限定されることになろう。さらにまた，いわゆる資源・環境問題がますます重要性を増しつつある現代にあっては，資源制約の問題，あるいはいわば負の産出物としての廃棄物あるいは bads の問題を明確に取り入れたモデルがより望ましいことは言うまでもない。しかし他方，小体系を基にしたモデルのメリットのひとつは，その簡素性にあると考えられるので，後者の問題に対して，もし小体系を基にしたモデルを他のモデルに接合させて，より大きなモデルを組むことによって対応できるのであれば，その方が望ましいようにも思われる。

第 3 は，いわゆる労働の可塑性の仮定，すなわち，ある人間の労働はどの生産物の生産にも振り向けることができるという仮定である。歴史的にみれば，移動・職業選択等に大きな制約のあった時代の社会について，この仮定を無媒介的に置くことは，適切なこととは言えないであろう。また，近現代の社会にあっても，この仮定は，現実の状態からかなり距離のあるもの，あるいは乖離したものとして受け取られるかもしれない。しかし，この仮定を，教育をはじめとする社会の諸制度によって，あるひとつの社会が長期的には到達しうる可能性を反映したもの，と捉えることができるとすれば，この仮定も，単なる理論のための便宜的なものとのみ理解される必要はないであろう。

第 4 は，小体系が，価格体系を伴わず，いわば物量体系として展開されていることである。いうまでもなく，生産物の広範な交換は，商品経済の拡大，とりわけ資本主義市場経済の確立と展開によって起こったことであった。したがって，「価格」なしに社会的生産編成を論じることはできないのではないかという疑問も，ある意味では自然なことであろう。しかし，経済学のなかでは，経済現象を実物的（real）な面と貨幣的（monetary）な面とに分けて，その上で経済現象をいわば複眼的に捉える，という方法は，今日でもなお力を失わない有力な方法であって，むしろ問題は，そのように物量体系としてつくられた小体系とそれを基にしたモデルが，つぎにどのように展開しうるのか，ということであるように考えられるのである。

さて，以上のような方法上の留保を行った上で，では，このような小体系を土台としたモデルには，スラッファが行った展開のほかに，どのような可能性があるかを探ることにしよう。ここでは，次の 2 点だけについて述べる。

第 1 は，前節の最後にみた点にかかわる。すなわち，「小体系」はいわば社会的再生産のうち，生産にかかわるミニマルなモデルであり，したがって社会的再生産の全体像を完成させるためには，事前的または事後的に，純生産物にかんして何をどれだけ作るのかを「決定」しうるような何かのメカニズムなりシステムなりによって補完されなければ，再生産システムを記述する経済モデルとしては体をなさない，ということになる。このことを逆にみれば，一社会の再生産の総体をなんらかの形で表現している経済モデルは，そのような「小体系」の「欠落部分」もしくは自由度を，その経済モデル特有のやり方で「埋めている」ということにもなろう。言い換えれば，その「欠落」の埋め方，ないし自由度を下げるやり方が，その経済モデルの特性を示すものとなっている，ということが考えられるのである[15)]。このことをもし自己言及的にスラッファ体系に当て嵌めるとすれば，スラッファ体系は，古典派経済学以来連綿と続く，資本主義市場経済を分析するモデルにとっては，分配問題，とくに利潤と賃金とのトレードオフの関係を欠落させるべきではない，という「問題意識」に対応するようなやり方で「欠落」を埋め，自らの体系を構築している，と言いうるかもしれない。また他方，A. マーシャルに始まるともいわれる新古典派経済学のばあいには，何をどれだけつくるのかを「決定」するために，基本的には自由な諸個人の選好が社会的に集積される機構を用いて，上記の「欠落」を埋めている，ということになるのかもしれない。そのほかの様々な経済モデルについても，それが社会的再生産を表現している限りでは，同様のことが言えるのではないだろうか。すなわち，「小体系」モデルは，まさにその「欠落性」の故に，逆説的に，社会的再生産を表現している様々の経済モデル（群）を類別するある種の「部分群」のような，ひとつのツールになりうるのではないかと考えられるのである。

第 2 の可能性は，このような「小体系」モデルと，純粋に経済学モデルには限定されない何らかの他のモデルとを接合したものによって，多様な現実を解析してゆく可能性である。

しかしこれらは，実際の具体的な「大きなモデル」によってその成否が判断されるほかない性質のものであるから，これ以上の贅言は避けるべきであろう。

6. 結びにかえて

社会の再生産分析のうち，生産の側面を扱う巧みなモデルであるスラッファの「小体系」モデルは，これまでスラッファ体系の重要な一部分として，主としてスラッファ経済学の範囲でのみ用いられてきた。しかしこの「小体系」モデルは，それが含んでいるある種の「欠落性」のゆえに，逆説的に，スラッファ経済学の領域だけでなく，より広い範囲で利用されうる可能性を含んでいるように考えられる。「薄い，圧縮された論理的諸命題のコレクション（a sparse, terse collections of logical propositions）」（Eatwell and Panico（1987）p. 445）と評されたスラッファの『商品による商品の生産』。そのなかのわずか 1 頁にすぎない「付録 A」に記された「小体系」は，理論的には，その見かけの小ささにも似ぬ，強力で射程の広い，潜在的可能性を秘めているように思われるのである。

付録　P. スラッファ『商品による商品の生産』における小体系ほかの数値例について

P. スラッファは『商品による商品の生産』において，いくつかの，「社会」の「一年の活動」をあらわした「表式」（Sraffa (1960), p. 3，訳，3 頁）を示しているが，小体系のモデルとして適切なのは，少なくとも 1 つの純生産物を含むモデルである。その一つは同書の 25 節（Sraffa (1960), p. 19，訳，31 頁）に見出すことができる。ただし，その中の小麦の投入・産出量に関してはクォーターの単位で表現されているが，重量への換算を試みると，他の投入・産出物である鉄と石炭の重量に比べてややバランスを欠いているように思われる。仮設的な数値例であるから，問題はないし，あるいはスラッファは，投入・産出される生産物の違いを際立たせるためにあえてその単位にトンを用いず，クォーターにしたのではないかとも考えられるが，いずれにせよ問題の本質にかかわるものではないので，ここでは，小麦の数量単位をトンに変えておくことにする。また，投入される労働については，社会全体の労働 L を 1 として規格化されているが，問題の本質を損なうものではないので，具体的イメージが喚起されやすいように，かりに L＝320（人）として表現することにする。すると，第 3 節でみたように，第 i 小体系の第 j 行目を得るために，もとの体系の第 j 行目に掛けるべき係数 σ_{ij} を（i, j）要素とする Σ は，式（3″）より，

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 22/29 & 627/725 & 363/580 \\ 7/29 & 98/725 & 217/580 \end{pmatrix}$$

となる。このとき，この体系とその小体系は次の通りである。

［スラッファの体系 S］

90 トンの鉄 ＋ 120 トンの石炭 ＋ 60 トンの小麦 ＋ 60 人の労働 → 180 トンの鉄
（net 0 トン）
50 トンの鉄 ＋ 125 トンの石炭 ＋ 150 トンの小麦 ＋ 100 人の労働 → 450 トンの石炭
（net 165 トン）
40 トンの鉄 ＋ 40 トンの石炭 ＋ 200 トンの小麦 ＋ 160 人の労働 → 480 トンの小麦
（net 70 トン）
180 285 410 320

［「S-1」］
0 トンの鉄 ＋ 0 トンの石炭 ＋ 0 トンの小麦 ＋ 0 人の労働 → 0 トンの鉄
0 トンの鉄 ＋ 0 トンの石炭 ＋ 0 トンの小麦 ＋ 0 人の労働 → 0 トンの石炭
0 トンの鉄 ＋ 0 トンの石炭 ＋ 0 トンの小麦 ＋ 0 人の労働 → 0 トンの小麦
0 0 0 0

［S-2］
68.28 トンの鉄 ＋ 91.03 トンの石炭 ＋ 45.52 トンの小麦 ＋ 45.52 人の労働
→ 136.55 トンの鉄
43.24 トンの鉄 ＋ 108.10 トンの石炭 ＋ 129.72 トンの小麦 ＋ 86.48 人の労働
→ 389.17 トンの石炭
25.03 トンの鉄 ＋ 25.03 トンの石炭 ＋ 125.17 トンの小麦 ＋ 100.14 人の労働
→ 300.41 トンの小麦
136.55 224.16 300.41 232.14

［S-3］
21.72 トンの鉄 ＋ 28.97 トンの石炭 ＋ 14.48 トンの小麦 ＋ 14.48 人の労働
→ 43.45 トンの鉄
6.76 トンの鉄 ＋ 16.90 トンの石炭 ＋ 20.28 トンの小麦 ＋ 13.52 人の労働
→ 60.83 トンの石炭
14.97 トンの鉄 ＋ 14.97 トンの石炭 ＋ 74.83 トンの小麦 ＋ 59.86 人の労働
→ 179.59 トンの小麦
43.45 60.84 109.59 87.86

みられるように，3 種類の生産物のうち，1 種類の生産物についてその純生産物がゼロであるばあいには，スラッファによる「小体系」の定義通り，その小体系は 2 つになるが，とはいえ，Σ に関して言えば，もとの体系の中に純生産物がゼロになる生産物がいくつかあ

ったとしても，もとの体系に純生産物のある生産物が1つでも含まれているかぎり，式(3″）によるΣの算出ができなくなるわけではないことには注意する必要がある。

ここで，本稿で用いられている「(純）生産物」ないし単に「純生産物」の用語について一言しておくと，上の「スラッファの体系S」にもみられるように，一般に生産物の個数と純生産物の個数とは，一致しない。しかし，ひとつには，注4）で述べたΣ算出のための必要性（その必要性は上のスラッファの体系SについてのΣ算出の際にもあらわれている）から，またひとつには，純生産物がゼロの生産物のばあいでも，いくつかのばあいには，ごく微小な正の純生産物が存在するものとしてもとの体系に微小な付加をした上でこれを取り扱うような，いわば一種の「手術」を施すことによって，分析結果を大きく歪めることなく，純生産物の個数，したがってまた「小体系」の数を生産物の個数により近づけることもあながち不適切ではないと考えられることから，厳密性の点からはもちろん問題があることを意識した上で，ゆるやかな意味での言い換えが全く不可能なものではないものとして，ここでは「(純）生産物」および「純生産物」の用語が使用されている。

なお，スラッファ以外にも，価格体系を伴わない小体系の数値例があるので，そのいくつかを挙げておこう。その比較的早いもののひとつとして Bose（1964）がある。これは，あまりの簡素性のために，あたかも小体系が現実から遊離した思考の玩弄物であるかのような誤解を与えかねない虞れはあるものの，たしかに小体系の本質を押さえたものである。その体系は，次のようになっている（Bose（1964）p. 725)。

［Bose（1964）体系］

$$2A+2B+3/4L \rightarrow 8A$$
$$2A+5B+1/4L \rightarrow 8B$$

このばあいのΣ_{Bose}は，$\Sigma_{Bose}=\begin{pmatrix} 6/7 & 4/7 \\ 1/7 & 3/7 \end{pmatrix}$である。

「スラッフィアン」の一人とされるパシネッティの Pasinetti（1977）のなかにも価格体系を伴わない小体系の数値例がある（Pasinetti（1977）p. 103，訳，118頁)。それは以下のごとくである。

［Pasinetti（1977）体系］

6トンの鉄＋ 54トンの小麦＋ 6グロスの七面鳥→ 21トンの鉄
12トンの鉄＋186トンの小麦＋ 9グロスの七面鳥→450トンの小麦
3トンの鉄＋ 30トンの小麦＋15グロスの七面鳥→ 60グロスの七面鳥

このばあいの$\Sigma_{Pasinetti}$は，$\Sigma_{Pasinetti}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 189/253 & 219/253 & 3/11 \\ 64/253 & 34/253 & 8/11 \end{pmatrix}$である。

フランス重農学派の研究でも知られる Jean Cartelier は，2つの小体系のモデルを示して

いる。ひとつは，Cartelier（1976）に示されているもので，その体系は次のようなものである（Cartelier（1976）p. 20）。なお，そこでは，小麦の単位がキンタルであらわされているが，便宜的に 1 キンタル＝0.1 トンでトンに換算した。

［Cartelier（1976）体系］

0 万トンの鉄 ＋ 41 万トンの小麦 ＋ 1 万人の労働者 → 300 万トンの鉄（net 150 万）

150 万トンの鉄 ＋ 41 万トンの小麦 ＋ 5 万人の労働者 → 102.5 万トンの小麦（net 20.5 万）

この体系の $\Sigma_{Cartelier\,(1976)}$ は，$\Sigma_{Cartelier\,(1976)}=\begin{pmatrix}3/4 & 1/2\\ 1/4 & 1/2\end{pmatrix}$ である。

いまひとつの Cartelier の小体系の例は，次のようなものである（Cartelier（2008）p. 26）。

［Cartelier（2008）体系］

鉄 0　＋ 小麦 2/5 → 鉄 1

鉄 1/2 ＋ 小麦 2/5 → 小麦 1

この体系の $\Sigma_{Cartelier\,(2008)}$ は，$\Sigma_{Cartelier\,(2008)}=\begin{pmatrix}3/4 & 1/2\\ 1/4 & 1/2\end{pmatrix}$ である。一見したところ，2 つの体系の間では相違が目につくが，Σ を調べてみることによって，両者が本質的には同等のものであることが明確に分かる。

また，いま一つの例は，小幡道昭（2009）に示されているもので，その体系は次のようなものである（小幡（2009）156 頁）。

［小幡体系］

鉄 4 kg ＋ 小麦 8 kg ＋ 4 時間の労働 → 鉄 20 kg

鉄 4 kg ＋ 小麦 6 kg ＋ 6 時間の労働 → 小麦 20 kg

この体系の Σ_{Obata} は，$\Sigma_{Obata}=\begin{pmatrix}7/8 & 1/2\\ 1/8 & 1/2\end{pmatrix}$ である。

（注）本稿は 2020 年度東京経済大学国内研究費による研究成果である。

注

1）P. スラッファの生涯あるいは業績については，菱山（1956），Eatwell and Panico（1987），松本有一（1989），第 3 章，菱山　泉（1993），3―10 頁，Roncaglia（2000），Roncaglia（2009），松本有一（2021）などを参照されたい。

2）よく知られているように，スラッファが Sraffa（1960）のなかで，生産の規模に関する収穫不変を前提しているのかどうかは，容易に答えの出せない問題であるが，本稿では，小体系に対象を限定しているので，この論争とはいわば独立にいわゆる収穫不変を前提する。なお，この論争については，さしあたり，松本有一（1989）第 8 章を参照されたい。

3）以下の体系ならびに小体系のなかで，「労働」を供給する人（通常の資本主義市場経済の分析

では「労働者」）の生活資料をどのように表現するか，は注意を要する点である。

スラッファ自身は，「価格」が導入された後ではあるが，「労働者」が受け取るものは，（物量次元に引き戻して言えば—引用者）「必要生存資料」のほかに「剰余生産物の分け前（ここでは，純生産物から，「労働者」の「恒常的な生存資料」を差し引いたもの—引用者）を含んでいるかもしれないから」という理由で，いったん，（前者を貨幣額であらわした—引用者）「生存賃金」と，（後者を貨幣額であらわした—引用者）「余剰賃金」とに分けた上で，前者を体系および小体系の投入要素のなかに入れて表現することをいったんは考えながら，結局「慣例的な手法に従おう」として，「労働者」が受け取るものは，ひとまずまとめて体系および小体系の矢印の右側に残している（Sraffa (1960), pp. 9-10，邦訳 14-15 頁）。

このことに関しては，いわゆる剰余の必要化，すなわち「奢侈品的な消費財の中にはある期間内は剰余生産物に分類することができるが，より長い期間をとると消費水準が向上して，日々の生活に直接に必要な必需品化するということもありうる」（山口重克（1985），98 頁）という問題もある。「必要」と「剰余」の区別の理論的妥当性は，「かなり限定的なものであるといわなければならない」（山口重克（1985），99 頁）わけである。

そこで本稿では，適切な仮定を置くことによって容易に「必要」部分を分離しうること，ならびに上に述べた「剰余の必要化」の可能性を考えて，結果的にはこの問題についてスラッファと同じ取り扱い方をすることにした。

4）以下では，もとの全体の体系 I に対して，その第 1 番目の生産物についての小体系を「I-1」のように表記することにし，またこれを，I-1 小体系，または小体系 I-1 のようによぶことにする。もちろん，スラッファの小体系の定義に従って，その第 1 番目の「純生産物」についての小体系を I-1 小体系とよぶべきではあるが，のちに，小体系をつくるための行列 Σ を具体的に求める際の必要性から，上のようにする。このため，以下では，後出の Σ の計算に関係するときに限り，n 個の生産物があり，そのうちに 1 個以上の純生産物があるようなもとの体系を，「n（純）生産物体系」とよぶことがある。また，あるもとの体系を n 個の小体系に分解した後，これを用いてもとの体系を考察する際には，これを「n 純生産物体系」とよぶことにする。なお，これに関しては，あわせて，付録を参照されたい。

5）通常 σ_{ij} は，共分散をあらわす記号として用いられることが多いが，本稿では，さしあたり多変量解析はおこなっておらず共分散を用いていないこと，ならびにこれが，Sraffa の “sub - systems” を導出するために必要不可欠な係数であることから，この「小体系」を導出するための係数に，σ_{ij} の記号を用いることとした。

6）小体系の導出については，これまでにもすでに，松本有一（1989），L. L. Pasinetti（1990）などの研究があり（松本（1989）80-84 頁，Pasinetti（1990）pp. 232-234），本稿は，この導出を heuristic なやり方で行ったに過ぎない。

7）通常 λ は行列の固有値をあらわす記号として用いられることが多いが，本稿では行列の固有値を用いなかったこと，また式（7）の右辺によってあらわされる量が，現実により直接的に測定されるように思われる L や L_i とは違った，スラッファの小体系の手法を用いて分析者によって構築された労働に深く関わるものであること，この 2 つの理由から，式（7）の右辺で定義される量に，λ の記号を用いることとした。

8）なお，ここで，体系 I をもとの体系としてとり，その I-1 小体系の第 1 行と第 2 行をともに β_1 倍してできる小体系［I″-1］と，その I-2 小体系の第 1 行と第 2 行をともに β_2 倍してできる

小体系［I″-2］に分解されるいまひとつの生産体系 I″ が，いま，上にみた純生産物ベクトル $(\mathbf{N}_1{}^*\,0)'$ を産出する体系（これを［体系 $\mathrm{I}''(\mathbf{N}_1{}^*)$］とする）に一致する条件を求めると，この β_1 と $\beta_2=0$ が，前出の式（6′）を充たすこと，ならびに，ここでは，$\sigma_{11}=\frac{3}{4}, \sigma_{12}=\frac{3}{8}, \sigma_{21}=\frac{1}{4}$, $\sigma_{22}=\frac{5}{8}$, $L_1=100$, $L_2=100$, $L=200$，であることから，簡単な計算によって，$\beta_1=\frac{16}{9}$，が得られる。このとき，この第 1 小体系［$\mathrm{I}''(\mathrm{N}_1{}^*)$-1］および第 2 小体系［小体系 $\mathrm{I}''(\mathbf{N}_1{}^*)$-2］は，次のようになる。（ただし，小数点以下第 2 位の値については，四捨五入の関係からいくつか不突合がある。なおここでは，純生産物ゼロのものも，形式的一貫性を保つために，「小体系」として扱った。これについては，注 4）および付録を参照されたい。）

［小体系 $\mathrm{I}''(\mathbf{N}_1{}^*)$-1］

80　台のトラクタ ＋ 133.33 トンの小麦 ＋ 133.33 人の労働 → 213.33 台のトラクタ
（net 106.67 台）

26.67 台のトラクタ ＋ 133.33 トンの小麦 ＋ 66.67 人の労働 → 266.67 トンの小麦
（net 0 トン）

106.67　266.66　200.00

［小体系 $\mathrm{I}''(\mathbf{N}_1{}^*)$-2］

0　台のトラクタ ＋ 0　トンの小麦 ＋ 0　人の労働 → 0　台のトラクタ

0　台のトラクタ ＋ 0　トンの小麦 ＋ 0　人の労働 → 0　トンの小麦

0　0　0

9）注 8）と同様に，体系 I をもとの体系としてとり，その I-1 小体系の第 1 行と第 2 行をともに β_1 倍してできる小体系［I″-1］と，その I-2 小体系の第 1 行と第 2 行をともに β_2 倍してできる小体系［I″-2］に分解されるいまひとつの生産体系 I″ が，いま，上にみた純生産物ベクトル $(0\,\mathbf{N}_2{}^*)'$ を産出する体系（これを［体系 $\mathrm{I}''(\mathbf{N}_2{}^*)$］とする）に一致する条件を求めると，この $\beta_1=0$ と β_2 が，前出の式（6′）を充たすこと，ならびに，ここでは，$\sigma_{11}=\frac{3}{4}, \sigma_{12}=\frac{3}{8}, \sigma_{21}=\frac{1}{4}, \sigma_{22}=\frac{5}{8}$, $L_1=100$, $L_2=100$, $L=200$，であることから，簡単な計算によって，$\beta_2=\frac{16}{7}$，が得られる。このとき，この第 1 小体系［$\mathrm{I}''(\mathrm{N}_2{}^*)$-1］および第 2 小体系［小体系 $\mathrm{I}''(\mathbf{N}_2{}^*)$-2］は，次のようになる。（ただし，小数点以下第 2 位の値については，四捨五入の関係からいくつか不突合がある。また，純生産物ゼロのものも，上と同様に「小体系」として扱ったことは，上に同じである。）

［小体系 $\mathrm{I}''(\mathbf{N}_2{}^*)$-1］

0　台のトラクタ ＋ 0　トンの小麦 ＋ 0　人の労働 → 0　台のトラクタ

0　台のトラクタ ＋ 0　トンの小麦 ＋ 0　人の労働 → 0　トンの小麦

0　0　0

［小体系 $\mathrm{I}''(\mathbf{N}_2{}^*)$-2］

34.29 台のトラクタ ＋ 57.14 トンの小麦 ＋ 57.14 人の労働 → 91.43 台のトラクタ
（net 0）

57.14 台のトラクタ ＋ 285.71 トンの小麦 ＋ 142.87 人の労働 → 571.43 トンの小麦
（net 228.58）

91.43　342.85　200.01

10）なお，この 2 純生産物生産可能性フロンティア上の点 $(\mathrm{N}_1, \mathrm{N}_2)$ と，いまひとつの点 $(k\mathrm{N}_1,$

kN$_2$) によってあらわされる 2 つの生産の体系それぞれについて，第 i 生産物 1 単位を生産するために投入されたとみなされる労働量を λ_i, λ_i'(i=1, 2) とすると，$\lambda_i=\lambda_i'$ が導かれる。このことは，n 純生産物に拡張されたばあいについても成り立つ。

11) なお，すでに本文でみたように，2 純生産物生産可能性フロンティア上の 2 点のあらわす 2 つの生産の体系それぞれについて，第 i 生産物 1 単位を生産するために投入されたとみなされる労働量を λ_i, λ_i'(i=1, 2) とすると，$\lambda_i=\lambda_i'$ であること，かつ，注 10) で示されたこと，とによって，純生産物生産可能性集合の内部（0 ベクトルを除き，境界を含む）の任意の 2 点があらわす 2 つの生産体系それぞれについて，第 i 生産物 1 単位を生産するために投入されたとみなされる労働量を λ_i, λ_i'(i=1, 2) とすると，$\lambda_i=\lambda_i'$ が導かれる。このことは，n 純生産物に拡張されたばあいについても成り立つ。

12)「*K* を任意の体とし，*K* の上の n 次元数ベクトル空間を *M* とする：……0 次元平面は点と同じく，n 次元平面は *M* と同じである。1 次元平面を**直線**……，2 次元平面を単に**平面**……，(n−1) 次元平面を *M* における超平面……ともいう。」(日本數學会編 (1954) 110 頁)。

13) スラッファの小体系を図示する試みとしては，他に，Harcourt and Massaro (1964), p. 717, およびそれを拡張した松本有一 (1989), 78 頁がある。

14) この問題に関連して，塩沢 (1981) は，「技術の不可分性」という形で問題を提起し，試論的にそのひとつの解決の方向を探っている（塩沢 (1981) 196-202 頁)。

15) Gareglani (1984) p. 294 に掲げられている FIG. 1. は，この著者が，この「欠落」とそれを埋めるやり方との関係に意識的なのではないかと推測するに十分の図となっている。

参 考 文 献

小幡道昭 (2009),『経済原論　基礎と演習』東京大学出版会，2009 年。

塩沢由典 (1981),『数理経済学の基礎』朝倉書店。

菱山　泉 (1956),「解説　スラッファの学説史上の地位とリカード研究の意義」, Sraffa (1956), 所収。

菱山　泉 (1993),『スラッファ経済学の現代的評価』京都大学学術出版会。

日本數學会編 (1954),『岩波數學辭典』岩波書店。

松本有一 (1989),『スラッファ体系研究序説』ミネルヴァ書房。

松本有一 (2021),『ピエロ・スラッファ―非主流の経済学者―』関西学院大学出版会。

山口重克 (1985),『経済原論講義』東京大学出版会。

K. Bharadwaj and B. Schefold (eds.) (1990), *Essays on Piero Sraffa. Critical Perspectives on the Revival of Classical Theory*, Unwin Hyman.

Bose, A. (1964), "The 'Labour Approach' and the 'Commodity Approach' in Mr. Sraffa's Price Theory", *Economic Journal*, Vol. LXXIV, No. 295.

Cartelier, J., (1976), *Surproduit et Reproduction. La formation de l'économie politique classique*, Presses Universitaire de Grenoble.

Cartelier, J., (2008), "Introduction", in Quesnay (2008).

Eatwell, J., and Panico, C. (1987), "Sraffa Piero (1898-1983)" in Eatwell and Newman (eds.) (1987), Vol. 4, pp. 445-52.

Eatwell, J., Milgate, M. and Newman, P., (eds.)（1987）, *The New Palgrave. A Dictionary of Economics*, Vols 1–4, Macmillan.

Gareglani, P.（1984）, “Value and distribution in the classical economists and Marx”, *Oxford Economic Papers*, New Series, Vol. 36, No. 2.

Harcourt, G. C. and Massaro. V. G.（1964）, “A Note on Mr. Sraffa’s Sub-systems”, *Economic Journal*, Vol. LXXIV, No. 295.

Pasinetti, L. L.（1977）, *Lectures on the Theory of Production*, Macmillan（菱山泉・山下博・山谷恵俊・瀬治山敏訳『生産理論』東洋経済新報社，1979 年）.

Pasinetti, L. L.（1990）, “Sraffa’s Circular Process and the Concepts of Vertical Integration”, in Bharadwaj and Schefold（eds.）（1990）.

Quesnay, F.（2008）, *Physiocratie. Droit naturel, Tableau économique et autres textes.* Edition établie par Jean Cartelier, Flammarion.

Ricardo, D.（1951–1973）, *The Works and Correspondence of David Ricardo*, edited by P. Sraffa with the collaboration of M. H. Dobb, Vols. 1–11, Cambridge University Press（堀　経夫ほか全集委員会訳『ディヴィド・リカードウ全集』全 10 巻，雄松堂書店，1969–1976 年）.

Roncaglia, A.（2000）, *Piero Sraffa. His life, thought and cultural heritage*, Routledge.

Roncaglia, A.（2009）, *Piero Sraffa* , Palgrave Macmillan.

Sraffa, P.（1925）, “Sulle relazioni tra costi e quantità prodotta”, *Annali di Economia*, Vol. II, N. 1（菱山泉訳「生産費用と生産量との関係について」Sraffa（1956），所収）.

Sraffa, P.（1926）, “The laws of return under competitive conditions”, *Economic Journal*, Vol. XXXVI, No. 144（田口芳弘訳「競争的条件のもとにおける収益法則」Sraffa（1956），所収）.

Sraffa, P.（1956），菱山泉・田口芳弘訳『経済学における古典と近代――新古典学派の検討と独占理論の展開』有斐閣。

Sraffa, P.（1960）, *Production of Commodities by Means of Commodities. Prelude to a Critique of Economic Theory,* Cambridge University Press（菱山泉・山下博訳『商品による商品の生産――経済理論批判序説』有斐閣，1962 年）.