

不完全生産環境における工程改善を考慮した 確率 EMQ モデルの一考察

若尾良男

概要：本論文では、不完全生産環境における品質維持活動を含む工程改善活動過程を考慮した確率 EMQ モデルを開発し、不完全生産環境における最適な製造量の決定について考察する。工程品質が管理外にシフトした時、製造を継続しながら工程改善活動し不適合品を修理する場合と製造を継続しながら工程改善活動し不適合品を廃棄し追加製造を行なう場合の確率 EMQ モデルを提案し、数値例を通してそれらの特性が調べられる。

1. はじめに

顧客の多様化や需要への迅速な対応、製品開発サイクルの短期化などによって、現代の生産環境は急速に変化し、その中で、コスト低減と製品品質の維持が必要とされている。一方、要求される製造量と品質を達成するために、生産システムにおける各生産工程の工程水準の維持と継続的な改善がますます重要となっており、それらの日常的な工程改善活動はコスト低減と品質改善のために常識となっている。しかし、現実的には、予期しない生産設備の故障や工程品質の管理外状態へのシフトの発生により、製品の製造や製品の配達に不必要な中断を引き起こすことがありうる。そのような工程異常は結果的に設備稼働率の低下、製品品質や製品産出の低下をもたらす。

このような観点から、予期しない生産設備の故障が発生することを考慮した生産管理問題は、低信頼性の生産環境の下での保全と生産管理の問題として、最近の十年間での研究の重要なトピックの一つとなっている。従来から、この分野には、発注と在庫に関するコストを最小にするような経済的発注量を決定しようとする経済的発注量 (Economic Order Quantity: EOQ) 問題があり、古典的な数理的生産・在庫問題の一つとなっていた。近年、この考え方をさらに発展させ、製造に関わる諸コストを含んだコスト関数を最小にする製造ランの長さ(製造量)を決定しようとする経済的製造量 (Economic Manufacturing Quantity: EMQ) 問題が展開されており、様々な現実的状況をモデルに取り入れて研究されている。これらの

EMQ モデルのほとんどが、完全生産工程，すなわち、「生産工程は故障せず，全て生産される製品は常に受入れ可能な品質をもつ製品である」という暗黙の仮定を設定している。しかしながら，実際の生産システムにおける製品の品質は，生産工程の状態に依存している。生産工程が品質管理でいう「管理」状態である場合には，生産された製品の品質が保証されるが，時間経過とともに生産工程が劣化し，または，生産設備の故障の結果として，「管理」状態から不良品を製造しはじめるような「管理外」状態にシフトする可能性がありうる。

このような生産環境における EMQ 問題において，Lee と Rosenblatt⁽¹⁾は，工程劣化が指数的に発生するような製造システムにおける最適な生産ランの長さは古典的な EMQ モデルのものより短いことを示した。Porteus⁽²⁾は品質と生産ロット・サイズの関係の研究し，品質改善のための投資施策を考察した。さらに，Lee と Rosenblatt⁽³⁾は，工程の回復コストを工程異常の検出遅れと製品不足の関数として生産計画と保全計画との統合的な問題を最適生産ロット・サイズ（生産ランの長さ）と生産サイクル内の検査回数を同時に決定するモデルを開発した。

製造システムの設備故障は製造工程における不確定性の要因の 1 つであるので，適切な保全が要求されるが，Groenevelt ら⁽⁴⁾は，経済的ロット・サイズの決定に際して，指数分布に従う故障時間と修理時間を仮定して，機械故障停止後に生産を中止し手持ち在庫がなくなったときに生産を開始する方策と，すぐ再開するかまたは手持ち在庫がなくなるまで生産を中断する方策の 2 つの方策を提案し，この方策の下での最適ロット・サイズが古典的な EMQ モデルのものより常に大きくなり，最適ロット・サイズが故障率につれて増加することを示した。Kim と Hong⁽⁵⁾は機械故障がランダムに起こるときに平均コストを最小にする最適生産ロット・サイズを決定する EMQ モデルを提案した。Makis と Fung⁽⁶⁾は生産サイクルにおける検査回数と最適ロット・サイズに与える機械故障の効果を研究し，最適ロット・サイズと最適検査回数が機械故障のない Lee・Rosenblatt モデルの場合より大きくなることを示した。Dohi ら⁽⁷⁾は，信頼性の低い生産環境下で確率的に発生する機械中断を考えた EMQ モデルに対して，時間当たりの期待コストを最小にする最適予防的保守と安全在庫の計算アルゴリズムを開発した。また，Giri と Dohi⁽⁸⁾は，工程異常までの時間，修正的修理時間と予防的修理時間が確率変数として扱われる低信頼性の生産システムに対する確率的な EMQ モデルの厳密な定式化を示し，最適製造時間の存在と一意性の基準を任意の確率分布を持つ故障時間と修理時間の下で導出した。さらに，正味現価 (net present value NPV) や割引現金収支 (discounted cash flow DCF) アプローチに基づいたモデルを分析し，期待される全コストの NPV に基づいた決定が，長期間にわたる平均コストに基づいたものよりすぐれていることを示した。

時間経過による生産設備の劣化や故障の結果として，工程異常が発生する場合がある一方，工程品質が見逃すことの出来ない要因によって「管理外」状態にシフトするという製品品質

の不良によって引き起こされる工程異常も考えられる。品質管理における最も重要な考えの一つは、製品品質は工程で作り込まれるべきであるということであり、これは日常的・継続的な維持・改善活動によってなされるというものである。生産管理と品質問題に関して、若尾⁽⁹⁾は管理図を用いた統計的工程管理による工程品質の改善活動を HMMS モデルに統合し、生産制約がある単一製品を生産する製造工程を考え、工程での不良品発生を考慮した不完全生産環境の下での生産在庫モデルを考察した。また、若尾⁽¹⁰⁾は、経済的管理図における問題定式を適用して、品質関連コストと在庫コストを考慮した最適なバッファ在庫量を決定する問題を考えた。

本研究では、不完全生産環境における工程改善活動を考えた時の最適な製造量の決定について考察する。これは、品質管理活動によって見逃せない要因の探索が行なわれ、要因を取り除くための品質管理アクションによって工程の品質維持が実施されるという製造工程における品質維持活動を含む工程改善過程を EMQ 問題の枠組みの中で考えたものとなる。次節では、本研究で提案される確率 EMQ モデルの定式化がなされ、3 節でこれらモデルの特性が数値例を通して調べられ、最後に結びが述べられる。

2. 確率 EMQ モデルの仮定・定式化

何らかの見逃せない原因によって製品品質が変化して、製造工程が品質管理でいうところの「管理外状態」となるような工程異常が確率的に発生し、工程の品質水準を回復するために品質維持活動が行なわれる単一製品を製造している単一の製造工程システムを考える。製造工程は、時刻 $t = 0$ から生産率 p (ユニット/時間) で製品を製造しはじめて、需要率 $d (\leq p)$ (ユニット/時間) で製品は需要側にまわされ、残りは在庫として保存されるものとする。あらかじめ要求された生産量 Q (ユニット) を製造すれば製造は終了し、その後の需要は在庫からまかなわれ、在庫がなくなれば次の製造がはじまるとする。この一連の生産在庫過程の一つのサイクル期間を、製造ロットに対する生産在庫サイクル時間 T と定義する。製造ランのはじめに製造工程は管理状態にあり、目標品質に合致した適合品を製造しているものとする。工程異常が発生しなければ、時刻 $t = Q/p$ で生産が終了し、時刻 Q/d で在庫がなくなり、一つの生産在庫サイクルが終わる。そして同様に次の生産在庫サイクルがはじまる。しかし、生産終了時刻前に、製造工程が何らかの見逃せない原因によって管理外状態にシフトし、工程異常が発生し、不適合品を製造する状況を考える。製造工程が管理外状態にシフトするまでの時間、すなわち、工程が管理状態である時間は確率変数であり、平均 $1/\lambda$ の指数分布に従うものとする。工程が一度管理外状態にシフトしたならば、適切な品質維持活動が始まり工程改善が開始され、ある工程改善時間を要して工程は管理状態に復帰すると仮定する。ただし、製造を中断せず、工程改善中にも製造を継続するが、工程改善中にあらたな工

程異常の発生は考えないものとする。

ここで考える適切な工程改善活動に関しては、工程の管理外状態の程度により、製造を中止して大幅な工程改善で対処する予防的・大規模・一時的な改善活動と、製造を続行しながら修正的・小規模な連続的改善活動との二つのタイプの改善活動が考えられる。本研究においては、製造工程を中断せずに工程改善活動を行なう修正的・小規模な工程改善活動を考える。この改善活動に要する時間は確率変数と考え、平均 $1/\mu$ の指数分布に従うものとする。この改善を行なう製造工程の生産在庫サイクルは、製造工程が管理状態から製造が始まり、工程異常が検出されるまでは需要率 d によって需要側に受け入れられ、残りは在庫にまわされ、管理外状態にシフトして工程異常が検出されると、適切な工程改善活動を行いながら製造を継続し、受入れ可能な適合品の製造量が Q になった時点で製造は終了し、これまでの期間に蓄えられた在庫がなくなると生産在庫サイクルが終了する。このサイクルが終わった時点でも工程改善活動が終わっていないときは改善終了までを生産在庫サイクル期間とする。本研究で考える工程改善活動には、管理外状態の工程で発生する不適合品の処置に関して、不適合品を修理して適合品として需要にまわすような品質維持活動を含む場合と、不適合品を廃棄処分する品質維持活動を含む場合を考える。

いま、最適な製造量 Q^* (ユニット) を決定するために、評価関数として生産在庫サイクルの中で工程改善および在庫に関連する総コストを最小するような形で求めることにする。これらの総コストに含まれるコストパラメータとして、

c_0 : 製造ランに対するセットアップコスト (円)

h : 在庫保持コスト (円/ユニット)

c_r : 不適合品を修理することによって適合品にするために要するコスト (円/ユニット)

c_s : 不適合品を廃棄するために要するコスト (円/ユニット)

c_{mi} : 工程改善活動によって工程を管理外状態から管理状態にするのに要するコスト (円/時間)

と、さらに、

c_p : 手持ち在庫がなくなる時刻においても工程改善が終了していない場合のペナルティー (円/ユニット)

を考える。

工程改善活動を伴う工程異常が起きるまでの時間 t を確率変数とし、確率密度関数 $p.d.f.f(t) = dF(t)/dt$ をもつ工程異常発生時間分布 $F(t)$ を指数分布と仮定すると、工程異常が時刻 t 以前で発生する確率は、 $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ となる。ここで、確率密度関数 $p.d.f.f(t)$ は次のようになる。

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$

また、工程改善活動時間を表す確率変数を l とし、工程改善活動時間分布 $G(l)$ が確率密度関数 $p.d.f.g(l) = dG(l)/dl$ をもつ指数分布と仮定すると、工程改善活動が時刻 l 以前に終了する確率は $G(l) = 1 - e^{-\mu l}$ となる。ここで、確率密度関数 $p.d.f.g(l)$ は次のようになる。

$$g(l) = \begin{cases} \mu_0 e^{-\mu l} & (l \geq 0) \\ 0 & (l < 0) \end{cases}$$

以上の仮定に基づいて、生産在庫プロセスのモデルを考える。

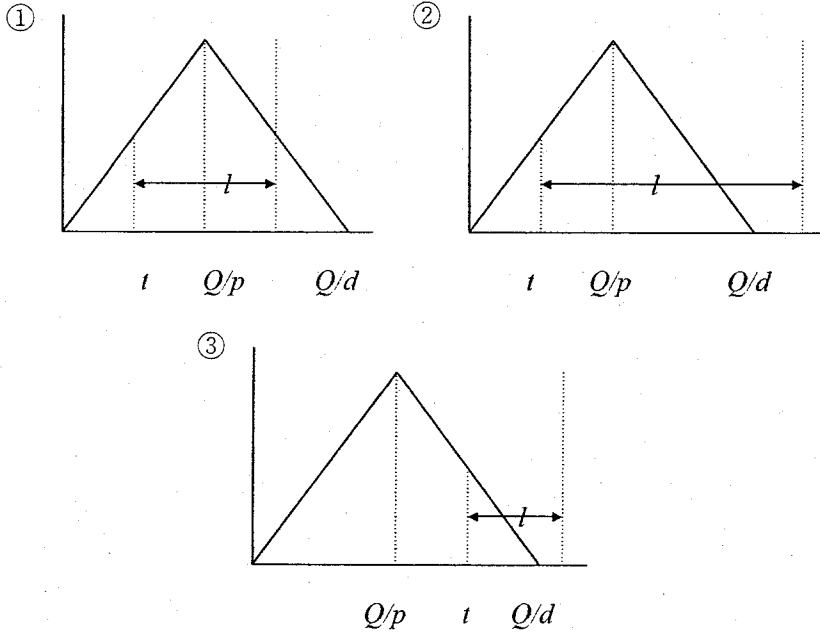
3. 品質維持活動による工程改善を考慮した EMQ モデル

3.1 工程異常に対する改善活動中に製造継続し不適合品を修理する場合

品質維持活動による工程改善を考える場合に、工程異常が発生したときに、製造を中断することなく改善活動を開始し、その間に製造される不適合品を修理によって対応しようとする場合を考える。その改善活動に要する時間 l は平均 $1/\mu$ の指数分布に従っているものとする。この改善期間中の製造における適合品の割合を α と表すと、工程異常によって管理外状態であるときの不適合品の割合は $1 - \alpha$ となり、 $(1 - \alpha)p$ ユニットの不適合品は修理され適合品として処理される。さらに、受入れ可能な適合品の製造量が Q に達した時点で製造は終了するが、このときまでに改善活動が終了していない場合には改善活動は続けられ、生産在庫サイクル期間に含まれるとする。生産在庫サイクル期間を考える時に工程異常の起きる時刻によって、以下のような場合が考えられる。

- ① 時刻 Q/p より前で工程異常が起こり、工程改善活動時間がはじまり、適合品の製造量が Q に達成するし、手持ち在庫がなくなる Q/d の間で終了する場合には、生産在庫サイクル期間は Q/d となる。
- ② 工程改善活動時間が、 Q/d 以降の間で終了する場合、生産在庫サイクル期間は $t + l$ となる。
- ③ 時刻 Q/p より後で工程異常が起こる可能性がある場合、改善活動がなく既に Q を製造しているので、生産在庫サイクル期間は、 $Q/p + \{(p - d)Q\}/pd = Q/d$ となる。

図 1 修理による品質維持活動を行う工程改善活動がある場合の生産在庫サイクル



すると、生産在庫サイクル期間の平均時間 $T_{mi}^1(Q)$ (時間) を次のように得ることが出来る (付録 A)。

$$\begin{aligned}
 T_{mi}^1(Q) &= \int_0^{\infty} e^{[\text{サイクル期間} | X = t]} f(t) dt \\
 &= \int_0^{Q/p} \left\{ \int_0^{Q/d-t} \frac{Q}{d} dG(l) + \int_{Q/d-t}^{\infty} (t+l) dG(l) \right\} dF(t) + \int_{Q/p}^{\infty} \frac{Q}{d} dF(t) \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$T_{mi}^1(s) = bs + \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} [\exp\{-(\lambda - \mu + \mu b)s\} - \exp(-\mu bs)] \quad (2)$$

ただし、 $b = \frac{p}{d}$, $s = \frac{Q}{p}$

次に、生産在庫サイクル中に改善及び在庫に関連する期待総コスト $C_{mi}^1(Q)$ (円) を考える。工程改善期間 l は平均改善時間 $1/\mu$ をもつ指数分布に従い、単位時間あたりの工程改善費を c_{mi} (円/時間) とする。工程が管理外状態に発生する不適合品は修理するということがあり、製造も中断されないため、あらかじめ指定された適合品の製造量 Q は製造期間 Q/p で確保できる。一般的に、工程改善期間は必ずしも不適合品の修理期間と同一にならないが、不適合品を修理する時間は工程改善時間に比較して無視できるほど短いと仮定する。単位ユニットあたりの不適合品の修理費用を c_r (円/ユニット) で表す。さらに、手持ち在庫がなく

なる時刻においても改善が終了していない場合には次のサイクルに影響すると考え、単位時間あたり c_p (円/時間) のペナルティーを科すことにする。このとき、期待総コスト $C_{mi}^1(Q)$ (円) を次のように表す (付録 A)。

$$\begin{aligned} C_{mi}^1(Q) &= \int_0^\infty E[\text{サイクル期間当たりのコスト} | X = t] f(t) dt \\ &= c_0 + c_{mi}^1 \int_0^{Q/p} \int_0^\infty ldG(l) dF(t) + h \int_0^\infty \left(\frac{(p-d)Q^2}{2pd} \right)^2 dF(t) \\ &\quad + c_r \int_0^{Q/p} \int_0^{Q/p-t} (1-\alpha)pl dG(l) dF(t) + c_p \int_0^{Q/p} \int_{Q/d-t}^\infty ldG(l) dF(t) \quad (3) \end{aligned}$$

これは、式を展開し、 $Q/p = s$ とすると、以下のように表せる。

$$\begin{aligned} C_{mi}^1(s) &= C_1^0 + C_1^1 s^2 + C_1^2 \exp(-\lambda s) + C_1^3 \exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} + C_1^4 \exp(-\mu b s) \\ &\quad + C_1^5 \exp(-\mu s) + C_1^6 s \exp(-\lambda s) + C_1^7 s \exp(-\mu s) \\ &\quad + C_1^8 s \exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} + C_1^9 s \exp(-\mu b s) \quad (4) \end{aligned}$$

ここで

$$C_1^0 = c_0 + \frac{c_{mi}^1}{\mu} + \frac{c_r(1-\alpha)p}{\mu} \quad (5a) \quad C_1^1 = \frac{hpa}{2} \quad (5b)$$

$$C_1^2 = -\frac{c_{mi}^1}{\mu} - \frac{c_r(1-\alpha)p}{\mu} - \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)^2} \quad (5c) \quad C_1^3 = \frac{c_p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} + \frac{c_p\lambda}{(\mu-\lambda)^2} \quad (5d)$$

$$C_1^4 = -\frac{c_p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} - \frac{c_p\lambda}{(\mu-\lambda)^2} \quad (5e) \quad C_1^5 = \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)^2} \quad (5f)$$

$$C_1^6 = -\frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu-\lambda} + \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} \quad (5g) \quad C_1^7 = \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu-\lambda} \quad (5h)$$

$$C_1^8 = \frac{c_p b \lambda}{\mu-\lambda} - \frac{c_p \lambda}{\mu-\lambda} \quad (5i) \quad C_1^9 = -\frac{c_p b \lambda}{\mu-\lambda} \quad (5j)$$

ただし、 $a = \frac{p-d}{d}$, $b = \frac{p}{d}$

これから、期待総コスト $C_{mi}^1(s)$ を生産在庫サイクル期間の平均時間 $T_{mi}^1(s)$ で除した単位時間当たりの期待総コスト $C_{mi}^1(s)/T_{mi}^1(s)$ を最小にする s^{1*} を求め、最適製造量 $Q^{1*} = s^{1*}p$ を得ることになる。

3.2 工程異常に対する改善活動中に製造を継続し不適合品を廃棄する場合

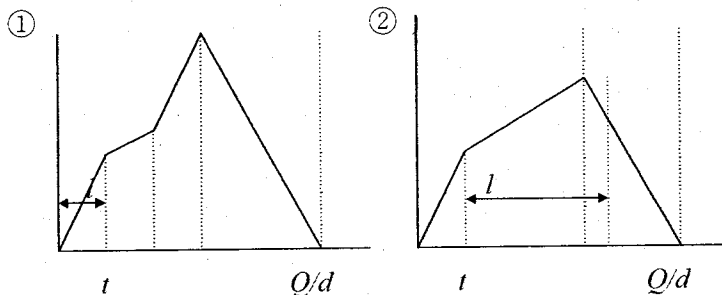
工程異常に対する改善活動中にも製造が継続され、製造される不適合品を廃棄することによって品質を維持しようとする場合を考える。前節と同様に、工程異常が発生した時点から

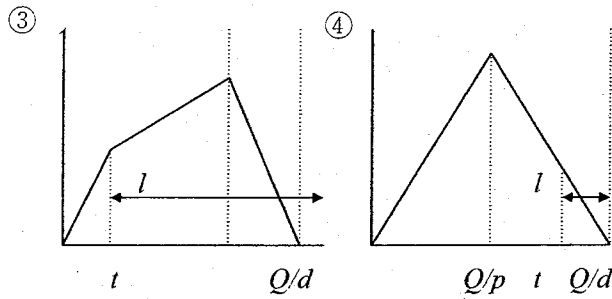
改善活動がはじまるとし、その改善活動に要する時間 l は平均 $1/\mu$ の指数分布に従うものとする。このとき、製造継続によって発生する不適合品を廃棄処分し、その不足分に対して追加製造を行なう場合を考える。工程異常が発生してから工程改善活動をはじめると、改善活動中も製造を継続するので、不適合品が単位時間当たり $(1-\alpha)p$ ユニット製造され、それらは廃棄されるとする。この間の工程改善活動によって工程品質が回復することも考えられるが、工程改善活動中の適合率は変わらないものとする。また、この間、 $\alpha p \geq d$ とし、在庫切れは生じないと仮定する。廃棄された製造量を補完するための追加的な製造が必要であるが、工程改善終了後の製造工程では新たな工程異常は起こらず、製造された製品はすべて適合品と考える。この場合における工程異常の起きる時刻によって、生産在庫サイクル時間は次のようになる。

- ① 時刻 Q/p より前で工程異常が起こり、適合品の製造量が Q に達成する前に工程改善が終了してしまう場合には、改善時間は 0 から $(Q/p - t)/\alpha$ 時刻までであり、その間の廃棄された不適合品を補完するための追加の製造時間 $(Q/p - t - \alpha l)$ が含まれるので、生産在庫サイクル期間は、 $t + l + (Q/p - t - \alpha l) + \{Q/d - Q/p - (1 - \alpha)l\} = Q/d$ となる。
- ② 時刻 Q/p より前で工程異常が起こり、適合品の製造量が Q に達しても改善活動が終了せず、手持ち在庫がなくなる時刻 $(p - d)Q/pd + \alpha l$ まで改善活動がかかる場合は、生産在庫サイクル期間は $t + l + (p - d)Q/pd - (1 - \alpha)l = Q/p$ となる。
- ③ 時刻 Q/p より前で工程異常が起こり、改善活動が終了する前に適合品の製造量が Q に達し、工程改善が手持ち在庫のなくなるまでに終了しない場合、生産在庫サイクル期間は $t + l$ となる。
- ④ 時刻 Q/p より後で工程異常が起こる可能性がある場合、改善活動がなく既に Q を製造しているので、生産在庫サイクル期間は、 $Q/p + \{(p - d)Q\}/pd = Q/d$ となる。

以上より生産在庫サイクル期間の平均時間 $T_{mi}^2(Q)$ を次のようになる (付録 B)。

図 2 廃棄処分による品質維持活動を行う工程改善活動がある場合の生産在庫サイクル





$$\begin{aligned}
 T_{mi}^2(Q) &= \int_0^\infty E[\text{サイクル期間} | X = t] f(t) dt \\
 &= \int_0^{Q/p} \left\{ \int_0^{(Q/d-t)/\alpha} \frac{Q}{d} dG(l) + \int_{(Q/d-t)/\alpha}^{Q/d-t} \frac{Q}{d} dG(l) \right. \\
 &\quad \left. + \int_{Q/d-t}^\infty \{t+l\} dG(l) \right\} dF(t) + \int_{Q/p}^\infty \frac{Q}{d} dF(t) \\
 &= \int_0^{Q/p} \left\{ \int_0^{Q/d-t} \frac{Q}{d} dG(l) + \int_{Q/d-t}^\infty \{t+l\} dG(l) \right\} dF(t) + \int_{Q/p}^\infty \frac{Q}{d} dF(t) \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$T_{mi}^2(s) = bs + \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} [\exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} - \exp(-\mu bs)] \quad (7)$$

次に、この生産環境での生産在庫サイクル期間中の工程改善及び在庫に関連する期待総コストを考える。単位時間あたりの工程改善費を c_{mi} (円/時間) とする。工程が管理状態でなくなってくると、単位時間あたり $(1 - \alpha)p$ ユニットの不適合品が発生し、これらをすべて廃棄するので、この廃棄に要する費用を c_s (円/ユニット) と表す。さらに、手持ち在庫がなくなる時刻 Q/d においても改善が終了していない場合には次のサイクルに影響すると考え、単位時間あたり c_p (円/時間) のペナルティーを科すことにする。生産在庫サイクル期間中の工程改善及び在庫に関連する期待総コスト $C_{mi}^2(Q)$ (円) は次のように表すことができる(付録 B)。

$$\begin{aligned}
 C_{mi}^2(Q) &= \int_0^\infty E[\text{サイクル期間当たりのコスト} | X = t] f(t) dt \\
 &= c_0 + c_{mi}^2 \int_0^{Q/p} \left[\int_0^\infty l dG(l) \right] dF(t) + c_p \int_0^{Q/p} \int_{Q/d-t}^\infty dG(l) dF(t) \\
 &\quad + h \left[\int_0^{Q/p} \left\{ \int_0^{(Q/p-t)/\alpha} I_1 dG(l) + \int_{(Q/p-t)/\alpha}^\infty I_2 dG(l) \right\} dF(t) + \int_{Q/p}^\infty I_3 dF(t) \right] \\
 &\quad + c_s \int_0^{Q/p} \left[\int_0^{(Q/p-t)/\alpha} (1 - \alpha)p l dG(l) + \int_{(Q/p-t)/\alpha}^\infty \frac{1 - \alpha}{\alpha} p(Q/p - t) dG(l) \right] dF(t) \quad (8)
 \end{aligned}$$

ここで,

$$I_1 = i_1(\alpha)l_2^2 + i_2(\alpha)tl_2 + i_3(\alpha)sl_2 + i_4s^2 \quad (9a)$$

$$I_2 = i_5(\alpha)t^2 + i_6(\alpha)st + i_7s^2 \quad (9b)$$

$$I_3 = i_8s^2 \quad (9c)$$

また,

$$i_1(\alpha) = \frac{\alpha(1-\alpha)p}{2} \quad (10a) \quad i_2(\alpha) = (1-\alpha)p \quad (10b) \quad i_3(\alpha) = (\alpha-1)p \quad (10c)$$

$$i_4 = \frac{p(p-d)}{2d} \quad (10d) \quad i_5(\alpha) = \frac{(\alpha-1)p}{2\alpha} \quad (10e) \quad i_6(\alpha) = \frac{(1-\alpha)p}{\alpha} \quad (10f)$$

$$i_7(\alpha) = \frac{p(\alpha p-d)}{2\alpha d} \quad (10g) \quad i_8 = \frac{p(p-d)}{2d} \quad (10h)$$

である。さらに、 Q/p を s で表し、式を展開し整理すると、期待総コストは s の関数として次のように表せる。

$$\begin{aligned} C_{mi}^2(s) = & C_2^0(\alpha) + C_2^1(\alpha)s + C_2^2(\alpha)s^2 + C_2^3(\alpha)\exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} + C_2^4(\alpha)\exp(-\mu bs) \\ & + C_2^5(\alpha)s\exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} + C_2^6(\alpha)s\exp(-\mu bs) + C_2^7(\alpha)\exp(-\lambda s) \\ & + C_2^8(\alpha)\exp(-\mu s/\alpha) + C_2^9(\alpha)s\exp(-\lambda s) + C_2^{10}(\alpha)s\exp(-\mu s/\alpha) \\ & + C_2^{11}(\alpha)s^2\exp(-\lambda s) + C_2^{12}(\alpha)s^2\exp(-\mu s/\alpha) \end{aligned} \quad (11)$$

ここで

$$C_2^0 = c_0 + \frac{c_{mi}^2}{\mu} + \frac{hi_2(\alpha)}{\mu\lambda} + \frac{2hi_1(\alpha)}{\mu^2} + \frac{c_s(1-\alpha)p}{\mu} \quad (12a) \quad C_2^1 = \frac{hi_3(\alpha)}{\mu} \quad (12b)$$

$$C_2^2 = hi_4 \quad (12c) \quad C_2^3 = \frac{c_p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} + \frac{c_p\lambda}{(\mu-\lambda)^2} \quad (12d)$$

$$C_2^4 = -\frac{c_p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} - \frac{c_p\lambda}{(\mu-\lambda)^2} \quad (12e)$$

$$\begin{aligned} C_2^5 = & -\frac{c_{mi}^2}{\mu} - \frac{2hi_1(\alpha)\mu}{(\mu-\lambda\alpha)^2} - \frac{hi_2(\alpha)}{\mu\lambda} + \frac{hi_2(\alpha)\lambda\alpha^2}{\mu(\mu-\lambda\alpha)^2} + \frac{2hi_2(\alpha)\lambda\alpha^2}{(\mu-\lambda\alpha)^3} \\ & + \frac{2hi_5(\alpha)\lambda\alpha^3}{(\mu-\lambda\alpha)^3} - \frac{c_s(1-\alpha)p}{\mu-\lambda\alpha} \end{aligned} \quad (12f)$$

$$\begin{aligned} C_2^6 = & \frac{2hi_1(\alpha)\lambda\alpha}{\mu^2(\mu-\lambda\alpha)} + \frac{2hi_1(\alpha)\lambda\alpha}{\mu(\mu-\lambda\alpha)^2} + \frac{2hi_1(\alpha)\lambda\alpha}{(\mu-\lambda\alpha)^3} - \frac{2hi_2(\alpha)\lambda\alpha^2}{\mu(\mu(\mu-\lambda\alpha)^2)} \\ & - \frac{2hi_5(\alpha)\lambda\alpha^3}{(\mu-\lambda\alpha)^3} + \frac{c_s(1-\alpha)p\lambda\alpha}{\mu(\mu-\lambda\alpha)} \end{aligned} \quad (12g)$$

$$C_2^7 = \frac{c_p b\lambda}{\mu-\lambda} - \frac{c_p\lambda}{\mu-\lambda} \quad (12h) \quad C_2^8 = -\frac{c_p b\lambda}{\mu_2-\lambda} \quad (12i)$$

$$C_2^9 = -\frac{hi_2(\alpha)\mu}{(\mu-\lambda\alpha)^2} - \frac{hi_3(\alpha)\mu}{(\mu-\lambda\alpha)^2} - \frac{2hi_5(\alpha)\lambda\alpha^2}{(\mu-\lambda\alpha)^2} - \frac{hi_6(\alpha)\lambda\alpha^2}{(\mu-\lambda\alpha)^2} \quad (12j)$$

$$C_2^{10} = \frac{2hi_1(\alpha)\lambda}{\mu(\mu-\lambda\alpha)} + \frac{2hi_1(\alpha)\lambda}{(\mu-\lambda\alpha)^2} - \frac{hi_2(\alpha)\lambda\alpha}{(\mu-\lambda\alpha)^2} + \frac{hi_3(\alpha)\lambda\alpha}{\mu(\mu-\lambda\alpha)} + \frac{hi_3(\alpha)\lambda\alpha}{(\mu-\lambda\alpha)^2} + \frac{hi_6(\alpha)\lambda\alpha^2}{(\mu-\lambda\alpha)^2} \quad (12k)$$

$$C_2^{11} = -\frac{hi_4\mu}{\mu-\lambda\alpha} + \frac{hi_5(\alpha)\lambda\alpha}{\mu-\lambda\alpha} + \frac{hi_6(\alpha)\lambda\alpha}{\mu-\lambda\alpha} + \frac{hi_7\lambda\alpha}{\mu-\lambda\alpha} + hi_8 \quad (12l)$$

$$C_2^{12} = \frac{hi_1(\alpha)\lambda}{\alpha(\mu-\lambda\alpha)} + \frac{hi_3(\alpha)\lambda}{(\mu-\lambda\alpha)} + \frac{hi_4\lambda\alpha}{\mu-\lambda\alpha} - \frac{hi_7\lambda\alpha}{\mu_2-\lambda\alpha} \quad (12m)$$

これから、期待総コスト $C_{mi}^2(s)$ を平均生産在庫サイクル期間 $T_{mi}^2(s)$ で除した単位時間当たりの期待総コスト $C_{mi}^2(s)/T_{mi}^2(s)$ を最小にする s_2^* を求め、最適製造量 $Q^{2*} = s_2^*p$ を得ることになる。

4. 数値例による各モデルの特徴

本研究で提案した確率的 EMQ モデルの特性を調べるために、生産率 $p = 100$ ユニット/時間、需要率 $d = 80$ ユニット/時間として、総コストを構成するモデルおよびコストパラメータを変更して最適製造量を共役傾斜法により求めた。また、最適製造量には下限値 100 を設けて数値計算を行なった。不適合品を修理する場合に対する EMQ モデルをモデル I、不適合品を廃棄し追加製造する場合に対する EMQ モデルをモデル II として、数値結果を以下の表にまとめた。これらの表で用いられる表記はそれぞれ以下のようなものを表す。

$1/\lambda$: 製造工程が管理状態から管理外状態へシフトするまでの平均時間 (時間)

$1/\mu$: 工程改善活動に要する平均時間 (時間)

α : 工程の製品適合率

c_0 : 製造ランに対するセットアップコスト (円)

h : 在庫保持コスト (円/ユニット)

c_r : 不適合品を修理によって適合品にするためのコスト (円/ユニット)

c_s : 不適合品を廃棄するために要するコスト (円/ユニット)

c_{mi} : 工程を管理外状態から管理状態にするのにかかる工程改善コスト (円/時間)

c_p : 手持ち在庫がなくなる時刻においても改善が終了していない場合のペナルティー (円/時間)

T_{mi}^1 : 不適合品を修理した場合の製造ロットに対する生産在庫サイクル期間 (時間)

T_{mi}^2 : 不適合品を廃棄し追加的製造を行なう場合の製造ロットに対する生産在庫サイクル期間 (時間)

C_{mi}^1 : 不適合品を修理した場合の総コスト (円)

C_{mi}^2 : 不適合品を廃棄し追加的製造を行なう場合の総コスト (円)

Q^{1*} : 不適合品を修理した場合の最適製造量 (ユニット)

Q^{2*} : 不適合品を廃棄し追加的製造を行なう場合の最適製造量 (ユニット)

4.1 工程異常の発生間隔時間の効果

比較のために、不適合品を修理する場合のモデル I で $\alpha = 1.0$ の場合として完全生産環境での基本的な EMQ モデルの特性を調べた。表 1 によると、完全生産環境と比較すると、製品適合率が低い不完全生産環境の場合 ($\alpha = 0.8$) には、モデル I, モデル II とともに総コストは高くなるが、生産在庫サイクル期間は短くなり、最適製造量も小さくなる傾向が見られる。一般的に、モデル I よりもモデル II の方がサイクル期間は短く、最適製造量も小さい傾向にあるが、 λ に関するモデル I の変化に多少二次的な傾向が見られ、発生間隔が短い場合には総コストが高くなり、最適製造量も多くなる場合がある。モデル II は線形的に変化していくようである (表 1)。

表 1

λ	モデル I $\alpha = 1.0$			モデル I $\alpha = 0.8$			モデル II $\alpha = 0.8$		
	T_{mi}	C_{mi}	Q	T_{mi}^1	C_{mi}^1	Q^{1*}	T_{mi}^2	C_{mi}^2	Q^{2*}
0.0005	5.000	200.113	400.004	4.929	213.19	394.19	4.992	201.34	399.32
0.001	5.000	200.225	400.009	4.985	202.67	398.78	4.983	202.68	398.64
0.005	5.003	201.124	400.059	4.929	213.19	394.19	4.920	213.17	393.45
0.01	5.005	202.245	400.156	4.867	226.00	389.10	4.846	225.79	387.43
0.05	5.042	211.087	402.126	4.611	321.41	367.51	4.441	313.52	353.90
0.1	5.113	221.813	406.982	4.710	444.40	374.46	4.390	423.61	348.66

$\mu = 1.0, c_0 = 100, c_{mi}^1(c_{mi}^2) = 50, c_r, (c_s) = 50, h = 0.5, c_p = 20$ において

4.2 工程改善時間の効果

工程改善時間 $1/\mu$ についての基本的な傾向としては、改善時間が長いと総コストは高くサイクル期間も長くなるが、最適製造量は少なくなる傾向にある。完全生産環境と比べると、不完全生産環境における総コストと生産在庫サイクルは小さくなる傾向が見られる。モデル I とモデル II を比較すると、改善時間が長くなると、モデル I の総コストは高く、サイクル期間も長く、最適製造量も多くなる。一方、モデル II では、総コスト、サイクル期間や最適製造量に二次的な変化が見られ、改善時間が短い場合や長い場合にもサイクル期間が長く、最適製造量も多くなる傾向が見られる (表 2)。

4.3 工程の適合率の効果

適合率の変化に関しては、適合率が低くなってくると、二つのモデルとも総コストが高くなるが、モデル I はサイクル期間が長く最適製造量は多くなる一方、モデル II はサイクル期間が短く最適製造量も少なくなってくる傾向がある。また、その変化は工程異常の発生が多い場合に顕著である (表 3)。

表 2

		モデル I			モデル I			モデル II		
		$\alpha = 1.0$			$\alpha = 0.8$			$\alpha = 0.8$		
λ	μ	T_{mi}	C_{mi}	Q	T_{mi}^1	C_{mi}^1	Q^{1*}	T_{mi}^2	C_{mi}^2	Q^{2*}
0.001	1	1.581	200.04	126.46	1.582	201.02	126.52	1.579	200.44	126.30
0.001	3	1.581	200.02	126.49	1.581	200.13	126.49	1.433	164.68	114.65
0.001	5	1.581	200.01	126.49	1.581	200.05	126.49	1.476	174.59	118.10
0.1	1	1.596	203.33	123.77	1.681	300.74	130.62	1.438	238.60	111.19
0.1	3	1.581	201.70	126.17	1.576	212.40	125.74	1.385	187.22	110.44
0.1	5	1.581	201.18	126.45	1.570	204.59	125.57	1.468	193.83	117.39

$c_0 = 100, c_{mi}^1(c_{mi}^2) = 50, c_r, (c_s) = 50, h = 5.0, c_p = 20$ において

表 3

		モデル I			モデル II		
λ	α	T_{mi}^1	C_{mi}^1	Q^{1*}	T_{mi}^2	C_{mi}^2	Q^{2*}
0.001	1	1.581	200.04	126.46	1.581	200.04	126.46
0.001	0.8	1.582	201.02	126.52	1.579	200.44	126.30
0.001	0.6	1.583	202.01	126.57	1.577	200.95	126.11
0.1	1	1.596	203.33	123.77	1.596	203.33	123.77
0.1	0.8	1.681	300.74	130.62	1.438	238.60	111.19
0.1	0.6	1.757	404.17	136.70	1.296	271.85	100.00

* $Q = 100.00$ は Q の下限値である。

$\mu = 1.0, c_0 = 100, c_{mi}^1(c_{mi}^2) = 50, c_r, (c_s) = 50, h = 0.5, c_p = 20$ において

4.4 各コストパラメータの効果

① 在庫保持コスト

在庫保管コストが高くなるにつれて、総コストは高くなり、サイクル期間は短く、製造量も少なくなる傾向にある (表 4)。

表 4

		モデル I			モデル II		
λ	h	T_{mi}^1	C_{mi}^1	Q^{1*}	T_{mi}^2	C_{mi}^2	Q^{2*}
0.001	1	3.530	201.88	282.39	3.525	201.55	281.96
0.001	5	1.582	201.02	126.52	1.579	200.44	126.30
0.001	10	1.250	225.80	100.00	1.250	225.59	100.00
0.001	50	1.250	725.80	100.00	1.250	725.98	100.00
0.1	1	3.425	376.17	270.86	2.729	297.50	214.75
0.1	5	1.681	300.74	130.62	1.438	238.60	111.19
0.1	10	1.296	300.47	100.00	1.296	284.53	100.00
0.1	50	1.296	800.47	100.00	1.296	831.82	100.00

* $Q = 100.00$ は Q の下限値である。

$\mu = 1.0, \alpha = 0.80, c_0 = 100, c_{mi}^1(c_{mi}^2) = 50, c_r, (c_s) = 50, c_p = 20$ において

表 5

λ	$c_r, (c_s)$	モデル I			モデル II		
		T_{mi}^1	C_{mi}^1	Q^{1*}	T_{mi}^2	C_{mi}^2	Q^{2*}
0.001	5	1.581	200.13	126.47	1.582	200.21	126.51
0.001	10	1.581	200.23	126.47	1.582	200.24	126.49
0.001	50	1.582	201.02	126.52	1.579	200.44	126.30
0.001	100	1.583	202.01	126.57	1.576	200.69	126.06
0.1	5	1.605	212.76	124.49	1.670	223.44	129.71
0.1	10	1.613	222.26	125.20	1.642	225.83	127.49
0.1	50	1.681	300.74	130.62	1.438	238.60	111.19
0.1	100	1.757	404.17	136.70	1.296	257.52	100.00

* $Q = 100.00$ は Q の下限値である。

$\mu = 1.0, \alpha = 0.80, c_0 = 100, c_{mi}^1(c_{mi}^2) = 50, h = 5.0, c_p = 20$ において

表 6

λ	c_0	モデル I			モデル I			モデル II		
		$\alpha = 1.0$			$\alpha = 0.8$			$\alpha = 0.8$		
		T_{mi}	C_{mi}	Q	T_{mi}^1	C_{mi}^1	Q^{1*}	T_{mi}^2	C_{mi}^2	Q^{2*}
0.001	100	1.581	200.04	126.46	1.582	201.02	126.52	1.579	200.44	126.30
0.001	300	2.739	600.01	219.04	2.738	601.43	219.00	2.737	601.04	218.92
0.001	500	3.535	999.99	282.79	3.534	1001.73	282.71	3.534	1001.58	282.71
0.001	700	4.183	1399.98	334.61	4.182	1402.01	334.50	4.183	1402.08	334.57
0.1	100	1.596	203.33	123.77	1.681	300.74	130.62	1.438	238.60	111.19
0.1	300	2.733	600.71	215.03	2.734	736.46	215.15	2.625	696.50	206.39
0.1	500	3.521	999.19	278.58	3.488	1163.99	275.98	3.497	1156.52	276.67
0.1	700	4.165	1398.72	330.53	4.122	1592.14	327.08	4.212	1611.71	334.37

$\mu = 1.0, \alpha = 0.80, c_0 = 100, c_{mi}^1(c_{mi}^2) = 50, c_r, (c_s) = 50, h = 5.0, c_p = 20$ において

② 修理コストと廃棄コスト

モデル I で修理コストが高くなると、総コストは高くなり、サイクル期間も長くなり、最適製造量も多くなる。一方、モデル II で廃棄コストが高くなると、総コストは高くなるが、サイクル期間は短くなり、製造量も少なくなる傾向が見られる。工程異常発生が多い場合はその傾向が顕著となる (表 5)。

③ 製造ランに対するセットアップコスト

製造ランに対するセットアップコストについては、工程異常までの平均発生間隔の長短にかかわらず、セットアップコストが高くなるにつれて、いずれのモデルも総コストが高くなり、またサイクル期間も長くなり、最適製造量も多くなる傾向が顕著である (表 6)。

5. むすび

本論文では、不完全生産環境における品質維持活動を考慮した確率 EMQ モデルを開発し、最適製造量の決定について考察した。提案した確率 EMQ モデルは、製造を継続しながら品質維持活動を行い、不適合品を修理する場合と不適合品を廃棄し不足分を追加製造する場合の 2 つの処置を考え、それぞれの場合に対する EMQ モデルを開発した。

数値例から、不完全生産環境において、工程異常の発生間隔が短くなると、完全生産環境より総コストは高くなるが、生産在庫サイクル期間が短く、最適製造量も少なくなる傾向がみられた。不適合品を修理するモデル I の方が不適合品を廃棄し不足分を追加製造するモデル II より、総コストは高く、生産在庫サイクル期間は長く、最適製造量も多くなる傾向が見られた。工程改善時間が長くなると、モデル I では総コストが高く、サイクル期間も長く、最適製造量も多くなる一方、モデル II では総コスト、サイクル期間や最適製造量に二次的な変化が見られ、改善時間が短い場合や長い場合にもサイクル期間が長く、最適製造量も多くなる傾向が見られた。モデル I とモデル II との比較においては、特に工程異常がしばしば起こる場合において、全体的傾向として、モデル I の方が総コストが高く、最適製造量も多くなる傾向が見られる。

ここで提案した確率 EMQ モデルの特性が数値例において調べられたが、モデルパラメータやコストパラメータの値によってモデルの特性が変化し、最適製造量の導出にも影響することがわかった。それらのパラメータと最適製造量の関係を最適解の存在条件の考察から明らかにすることは今後の問題として残るであろう。また、工程改善活動中の適合率は変わらないものと考えたが、実際には、改善活動を続けるうちに適合率も向上するような場合も考えられるので、改善期間に依存するような適合率の導入も考えられるであろう。

参 考 文 献

- [1] Rosenblatt, M. J. and H. L. Lee, "Economic production cycles with imperfect production processes," *IIE Transactions*, 18 (1986), 48-55.
- [2] Porteus, E. L., "Optimal lot sizing, process quality improvement and setup cost reduction," *Operations Research*, 34 (1986), 137-144.
- [3] Rosenblatt, M. J. and H. L. Lee, "A production and maintenance planning model with restoration cost dependent on detection delay," *IIE Transactions*, 21 (1989), 368-375.
- [4] Groenevelt, H., L. Pintelon, and A. Seidmann, "Production lot sizing with machine breakdowns," *Management Science*, 38 (1992), 104-123.
- [5] Kim, C. H. and Y. Hong, "An extended EMQ model for a failure prone machine with general lifetime distribution," *International Journal of Production Economics*, 49 (1997), 215-223.
- [6] Makis, V. and J. Fung, "An EMQ model with inspections and random machine failures,"

- Journal of Operational Research Society*, 49 (1998), 66-75.
- [7] Dohi, T., H.Okamura, and S. Osaki, "Optimal control of preventive maintenance schedule and safety stocks in an unreliable manufacturing environment," *International Journal of Production Economics*, 74 (2001), 147-155.
- [8] Giri, B. C. and T.Dohi, "Optimal lot sizing for an unreliable production system based on net present value approach," *International Journal of Production Economics*, 92 (2004), 157-167.
- [9] 若尾, "統計的工程管理による品質管理モデルの生産計画への適用: 不完全生産環境の下での生産在庫システム," 東京経大会誌, 210 (1999), 15-54.
- [10] 若尾, "統計的工程管理を適用した最適バッファ在庫の決定," 東京経大会誌, 226 (2001), 71-90.

付録A 製造を継続し不適合品を修理することによる品質維持活動を伴う工程改善の場合

生産在庫サイクルの平均時間 $T_{mi}^1(Q)$ は次のように得られる。

$$\begin{aligned}
 T_{mi}^1(Q) &= \int_0^{\infty} E[\text{サイクル時間} | X = t] f(t) dt \\
 &= \int_0^{Q/p} \left\{ \int_0^{Q/d-t} \frac{Q}{d} dG(l) + \int_{Q/d-t}^{\infty} (t+l) dG(l) \right\} dF(t) + \int_{Q/p}^{\infty} \frac{Q}{d} dF(t) \\
 T_{mi}^1(s) &= bs \int_0^s \left\{ \int_0^{bs-t} dG(l) + t \int_{bs-t}^{\infty} dG(l) \right\} dF(t) + bs \int_s^{\infty} dF(t) \\
 &= bs \int_0^s \{1 - \exp(-\mu bs + \mu t)\} dF(t) + \int_0^s t \exp(-\mu bs + \mu t) dF(t) \\
 &\quad + \int_0^s (bs - t) \exp(-\mu bs + \mu t) dF(t) + \frac{1}{\mu} \int_0^s \exp(-\mu bs + \mu t) dF(t) + bs - bs \int_0^s dF(t) \\
 &= bs + \frac{1}{\mu_2} \int_0^s \exp(-\mu bs + \mu t) dF(t) \\
 &= bs + \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} [\exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} - \exp(-\mu bs)]
 \end{aligned}$$

同様に, この場合の期待総コスト $C_{mi}^1(Q)$ は次のように表される。

$$\begin{aligned}
 C_{mi}^1(Q) &= \int_0^{\infty} E[\text{サイクル時間当たりのコスト} | X = t] f(t) dt \\
 &= c_0 + c_{mi}^1 \int_0^{Q/p} \int_0^{\infty} l dG(l) dF(t) + h \int_0^{\infty} \left(\frac{(p-d)Q^2}{2pd} \right) dF(t) \\
 &\quad + c_r \int_0^{Q/p} \int_0^{Q/p-t} (1-\alpha) pl dG(l) dF(t) + c_p \int_0^{Q/p} \int_{Q/d-t}^{\infty} l dG(l) dF(t)
 \end{aligned}$$

さらに, $C_{mi}^1(Q)$ を s で表すと以下のようになる.

$$\begin{aligned}
 C_{mi}^1(s) &= c_0 + c_{mi}^1 \int_0^s \int_0^\infty l dG(l) dF(t) + h \int_0^\infty \left(\frac{pa}{2} s^2 \right) dF(t) + c_r(1-\alpha)p \int_0^s \int_0^{s-t} l dG(l) dF(t) \\
 &\quad + c_p \int_0^s \int_{bs-t}^\infty l dG(l) dF(t) \\
 &= c_0 + \frac{c_{mi}^1}{\mu} \int_0^s dF(t) + \frac{hpa}{2} s^2 \\
 &\quad + c_r(1-\alpha)p \int_0^s \left\{ -(s-t) \exp(-\mu s + \mu t) - \frac{1}{\mu} \exp(-\mu s + \mu t) + \frac{1}{\mu} \right\} dF(t) \\
 &\quad + c_p \int_0^s \left\{ (bs-t) \exp(-\mu bs + \mu t) + \frac{1}{\mu} \exp(-\mu bs + \mu t) \right\} dF(t) \\
 &= c_0 + \left(\frac{c_{mi}^1}{\mu} + \frac{c_r(1-\alpha)p}{\mu} \right) \int_0^s dF(t) + \frac{hpa}{2} s^2 - c_r(1-\alpha)ps \int_0^s \exp(-\mu s + \mu t) dF(t) \\
 &\quad + c_r(1-\alpha)p \int_0^s t \exp(-\mu s + \mu t) dF(t) - \frac{c_r(1-\alpha)p}{\mu} \int_0^s \exp(-\mu s + \mu t) dF(t) \\
 &\quad + \left(c_p bs + \frac{c_p}{\mu} \right) \int_0^s \exp(-\mu bs + \mu t) dF(t) - c_p \int_0^s t \exp(-\mu bs + \mu t) dF(t) \\
 &= c_0 + \left(\frac{c_{mi}^1}{\mu} + \frac{c_r(1-\alpha)p}{\mu} \right) \left\{ 1 - \exp(-\lambda s) \right\} + \frac{hpa}{2} s^2 \\
 &\quad - c_r(1-\alpha)ps \left(\frac{\lambda}{\mu-\lambda} \exp(-\lambda s) - \frac{\lambda}{\mu-\lambda} \exp(-\mu s) \right) \\
 &\quad + \frac{c_r(1-\alpha)p}{\mu} \left(\frac{\lambda}{\mu-\lambda} s \exp(-\lambda s) - \frac{\lambda}{(\mu-\lambda)^2} \exp(-\lambda s) + \frac{\lambda}{(\mu-\lambda)^2} \exp(-\mu s) \right) \\
 &\quad - \frac{c_r(1-\alpha)p}{\mu} \left(\frac{\lambda}{\mu-\lambda} \exp(-\lambda s) - \frac{\lambda}{\mu-\lambda} \exp(-\mu s) \right) \\
 &\quad + \left(c_p bs + \frac{c_p}{\mu} \right) \left(\frac{\lambda}{\mu-\lambda} \exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} - \frac{\lambda}{\mu-\lambda} \exp(-\mu bs) \right) \\
 &= c_0 + \frac{c_{mi}^1}{\mu} + \frac{c_r(1-\alpha)p}{\mu} + \frac{hpa}{2} s^2 \\
 &\quad + \left(\frac{c_{mi}^1}{\mu} - \frac{c_r(1-\alpha)p}{\mu} - \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)^2} - \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} \right) \exp(-\lambda s) \\
 &\quad + \left(\frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)^2} + \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} \right) \exp(-\mu s) + \left(\frac{c_p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} + \frac{c_p\lambda}{(\mu-\lambda)^2} \right) \exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} \\
 &\quad + \left(-\frac{c_p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} - \frac{c_p\lambda}{(\mu-\lambda)^2} \right) \exp(-\mu bs) \left(-\frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu-\lambda} + \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} \right) s \exp(-\lambda s) \\
 &\quad + \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu-\lambda} s \exp(-\mu s) + \left(\frac{c_p b\lambda}{\mu-\lambda} - \frac{c_p\lambda}{\mu-\lambda} \right) s \exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} - \frac{c_p b\lambda}{\mu-\lambda} s \exp(-\mu bs)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{mi}^1(s) &= C_1^0 + C_1^1 s^2 + C_1^2 \exp(-\lambda s) + C_1^3 \exp(-\mu s) + C_1^4 \exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} \\
 &\quad + C_1^5 \exp(-\mu bs) + C_1^6 s \exp(-\lambda s) + C_1^7 s \exp(-\mu s) + C_1^8 s \exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} \\
 &\quad + C_1^9 s \exp(-\mu bs)
 \end{aligned}$$

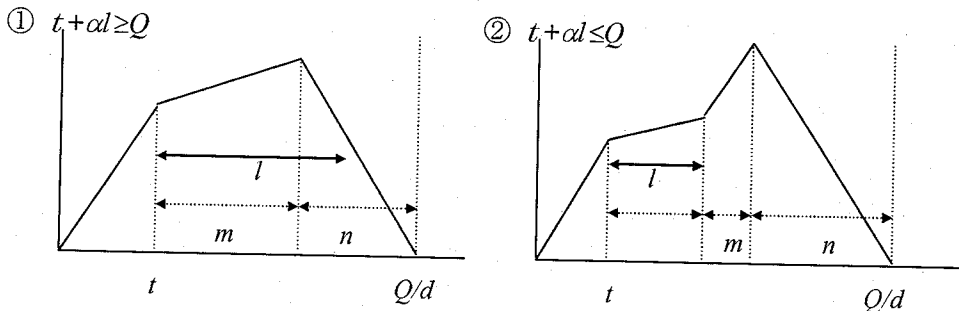
ここで

$$\begin{aligned}
 C_1^0 &= c_0 + \frac{c_{mi}^1}{\mu} + \frac{c_r(1-\alpha)p}{\mu} & C_1^1 &= \frac{hpa}{2} \\
 C_1^2 &= -\frac{c_{mi}^1}{\mu} - \frac{c_r(1-\alpha)p}{\mu} - \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)^2} - \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} & C_1^3 &= \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)^2} + \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} \\
 C_1^4 &= \frac{c_p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} + \frac{c_p\lambda}{(\mu-\lambda)^2} & C_1^5 &= -\frac{c_p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} - \frac{c_p\lambda}{(\mu-\lambda)^2} \\
 C_1^6 &= -\frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu-\lambda} + \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} & C_1^7 &= \frac{c_r(1-\alpha)p\lambda}{\mu-\lambda} \\
 C_1^8 &= \frac{c_p b\lambda}{\mu-\lambda} - \frac{c_p\lambda}{\mu-\lambda} & C_1^9 &= -\frac{c_p b\lambda}{\mu-\lambda}
 \end{aligned}$$

付録B 製造を継続し不適合品を廃棄する品質維持活動を伴う工程改善と追加製造する場合
生産在庫サイクルタイムの平均時間 $T_{mi}^2(Q)$ は次のように得られる。

$$\begin{aligned}
 T_{mi}^2(Q) &= \int_0^\infty E[\text{サイクル時間} | X=t] f(t) dt \\
 &= \int_0^{Q/p} \left\{ \int_0^{(Q/d-t)/\alpha} \frac{Q}{d} dG(l) + \int_{(Q/d-t)/\alpha}^{Q/d-t} \frac{Q}{d} dG(l) + \int_{Q/d-t}^\infty \{t+l\} dG(l) \right\} dF(t) + \int_{Q/p}^\infty \frac{Q}{d} dF(t) \\
 &= \int_0^{Q/p} \left\{ \int_0^{Q/d-t} \frac{Q}{d} dG(l) + \int_{Q/d-t}^\infty \{t+l\} dG(l) \right\} dF(t) + \int_{Q/p}^\infty \frac{Q}{d} dF(t) \\
 T_{mi}^2(s) &= \int_0^s \left\{ \int_0^{bs-t} bs dG(l) + \int_{bs-t}^\infty \{t+l\} dG(l) \right\} dF(t) + bs \int_s^\infty dF(t) \\
 &= bs \int_0^s \{1 - \exp(-\mu bs + \mu t)\} dF(t) + \int_0^s t \exp(-\mu bs + \mu t) dF(t) \\
 &\quad + \int_0^s \{ (bs-t) \exp(-\mu bs + \mu t) + \frac{1}{\mu_2} \exp(-\mu bs + \mu t) \} dF(t) + bs \int_s^\infty dF(t) \\
 &= bs \int_0^s dF(t) + \frac{1}{\mu_2} \int_0^s \exp(-\mu bs + \mu t) dF(t) + bs \int_s^\infty dF(t) \\
 &= bs + \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} [\exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} - \exp(-\mu bs)]
 \end{aligned}$$

同様に、生産在庫サイクル期間に生ずる期待総コストを求める。ここで、まず、在庫保持コストを計算する。工程異常に対する改善活動中に製造を継続し不適合品を廃棄する場合の在庫量は、工程異常発生時刻 t と改善活動期間 l の長さによって次の2つの場合が考えられる。



① $l \geq \frac{Q}{\alpha p} - \frac{t}{\alpha}$ の時, $pt + \alpha pm = Q$ より, $m = \frac{Q}{\alpha p} - \frac{t}{\alpha}$, また $(p-d)t + (\alpha p - d)m = Q - (t+m)d = dn$ となる。この場合の生産在庫サイクル期間における在庫量 S_1 は

$$S_1 = \frac{p-d}{2}t^2 + (p-d)tm + \frac{(\alpha p - d)}{2}m^2 + \frac{1}{2} \left\{ (p-d)t + (\alpha p - d)m \right\} \left\{ \frac{Q}{d} - (t+m) \right\} \\ = \left(\frac{(\alpha - 1)p}{2\alpha} \right) t^2 + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) Qt + \frac{(\alpha p - d)Q^2}{2\alpha p d}$$

② $l \leq \frac{Q}{\alpha p} - \frac{t}{\alpha}$ の時, $pt + \alpha pl + pm = Q$ より, $t+l+m = \frac{Q}{p} + (1-\alpha)t$, $m = \frac{Q}{p} - t - \alpha l$

$$(p-d)t + (\alpha p - d)l + pm = Q - (t+l+m)d = dn \quad n = \frac{Q}{d} - (t+l+m) = \frac{p-d}{pd}Q + (\alpha - 1)l$$

この場合の生産在庫サイクル期間中の在庫量 S_2 は

$$S_2 = \frac{p-d}{2}t^2 + (p-d)tl + \frac{(\alpha p - d)}{2}l^2 + \left\{ (p-d)t + (\alpha p - d)l \right\} m + \frac{(p-d)}{2}m^2 \\ + \frac{1}{2} \left\{ Q - (t+l+m)d \right\} \left\{ \frac{Q}{d} - (t+l+m) \right\} \\ = \left(\frac{p}{2} \right) t^2 + ptl + \left(\frac{\alpha p}{2} \right) l^2 + pt \left(\frac{Q}{p} - t - \alpha l \right) + \alpha pl \left(\frac{Q}{p} - t - \alpha l \right) + \left(\frac{p}{2} \right) \left(\frac{Q}{p} - t - \alpha l \right)^2 \\ + \frac{Q^2}{2d} - Qt - Ql - Q \left(\frac{Q}{p} - t - \alpha l \right) \\ = \{ p - \alpha p \} tl + \frac{\alpha(1-\alpha)p}{2}l^2 + (\alpha - 1)Ql + \frac{(p-d)Q^2}{2pd}$$

これから、生産在庫サイクル期間に生ずる期待総コストは以下のように求められる。

$$C_{mi}^2(Q) = \int_0^{\infty} E[\text{サイクル時間当たりのコスト} | X = t] f(t) dt \\ = c_0 + c_{mi}^2 \int_0^{Q/p} \left[\int_0^{\infty} l dG(l) \right] dF(t) + c_p \int_0^{Q/p} \int_{Q/p-t}^{\infty} l dG(l) dF(t) \\ + h \left[\int_0^{Q/p} \int_0^{(Q/p-t)/\alpha} [i_1(\alpha)l + i_2(\alpha)tl + i_3(\alpha)sl + i_4s^2] dG(l) dF(t) \right. \\ \left. + \int_0^{Q/p} \int_{(Q/p-t)/\alpha}^{\infty} [i_5(\alpha)t^2 + i_6(\alpha)st + i_7s^2] dG(l) dF(t) + \int_{Q/p}^{\infty} i_8s^2 dF(t) \right] \\ + c_s \int_0^{Q/p} \left[\int_0^{(Q/p-t)/\alpha} (1-\alpha)pl dG(l) + \int_{(Q/p-t)/\alpha}^{\infty} (1-\alpha)p \frac{(Q/p-t)}{\alpha} dG(l) \right] dF(t)$$

さらに、 s で表すと、

$$C_{mi}^2(s) = c_0 + c_{mi}^2 \int_0^s \left[\int_0^{\infty} l dG(l) \right] dF(t) + c_p \int_0^s \int_{bs-t}^{\infty} l dG(l) dF(t) \\ + h \left[\int_0^s \int_0^{(s-t)/\alpha} [i_1(\alpha)l + i_2(\alpha)tl + i_3(\alpha)sl + i_4s^2] dG(l) dF(t) \right. \\ \left. + \int_0^s \int_{(s-t)/\alpha}^{\infty} [i_5(\alpha)t^2 + i_6(\alpha)st + i_7s^2] dG(l) dF(t) + \int_s^{\infty} i_8s^2 dF(t) \right] \\ + c_s \int_0^s \left[\int_0^{(s-t)/\alpha} (1-\alpha)pl dG(l) + \int_{(s-t)/\alpha}^{\infty} \frac{1-\alpha}{\alpha} p(Q/p-t) dG(l) \right] dF(t)$$

$$\begin{aligned}
 &= c_0 + \frac{c_{mi}^2}{\mu} \int_0^s dF(t) + c_p bs \int_0^s \exp(-\mu bs + \mu t) dF(t) - c_p \int_0^s t \exp(-\mu bs + \mu t) dF(t) \\
 &+ \frac{c_p}{\mu} \int_0^s \exp(-\mu bs + \mu t) dF(t) + hi_1(\alpha) \int_0^s \int_0^{(s-t)/\alpha} l^2 dG(l) dF(t) + hi_2(\alpha) \int_0^s t \int_0^{(s-t)/\alpha} dG(l) dF(t) \\
 &+ hi_3(\alpha) s \int_0^s \int_0^{(s-t)/\alpha} dG(l) dF(t) \\
 &+ hi_4 s^2 \int_0^s \int_0^{(s-t)/\alpha} dG(l) dF(t) + hi_5(\alpha) \int_0^s t^2 \int_{(s-t)/\alpha}^{\infty} dG(l) dF(t) + hi_6(\alpha) s \int_0^s t \int_{(s-t)/\alpha}^{\infty} dG(l) dF(t) \\
 &+ hi_7 s^2 \int_0^s \int_{(s-t)/\alpha}^{\infty} dG(l) dF(t) + hi_8 s^2 \int_s^{\infty} dF(t) + c_s(1-\alpha)p \int_0^s \int_0^{(s-t)/\alpha} dG(l) dF(t) \\
 &+ c_s \frac{(1-\alpha)p}{\alpha} s \int_0^s \int_{(s-t)/\alpha}^{\infty} dG(l) dF(t) - c_s \frac{(1-\alpha)p}{\alpha} \int_0^s t \int_{(s-t)/\alpha}^{\infty} dG(l) dF(t) \\
 &= c_0 + \frac{c_{mi}^2}{\mu} - \frac{c_{mi}^2}{\mu} \exp(-\lambda s) + \left(c_p bs + \frac{c_p}{\mu} \right) \int_0^s \exp(-\mu bs + \mu t) dF(t) - c_p \int_0^s t \exp(-\mu bs + \mu t) dF(t) \\
 &+ hi_1(\alpha) \int_0^s \left\{ \left(-\frac{(s-t)^2}{\alpha^2} - \frac{2(s-t)}{\alpha\mu} - \frac{2}{\mu^2} \right) \exp(-\mu s/\alpha + \mu t/\alpha) + \frac{2}{\mu^2} \right\} dF(t) \\
 &+ hi_2(\alpha) \int_0^s t \left\{ \left(-\frac{(s-t)}{\alpha} - \frac{1}{\mu} \right) \exp(-\mu s/\alpha + \mu t/\alpha) + \frac{1}{\mu} \right\} dF(t) \\
 &+ hi_3(\alpha) s \int_0^s \left\{ \left(-\frac{(s-t)}{\alpha} - \frac{1}{\mu} \right) \exp(-\mu s/\alpha + \mu t/\alpha) + \frac{1}{\mu} \right\} dF(t) \\
 &+ hi_4 s^2 \int_0^s \{ 1 - \exp(-\mu s/\alpha + \mu t/\alpha) \} dF(t) + hi_5(\alpha) \int_0^s t^2 \exp(-\mu s/\alpha + \mu t/\alpha) dF(t) \\
 &+ hi_6(\alpha) s \int_0^s t \exp(-\mu s/\alpha + \mu t/\alpha) dF(t) + hi_7 s^2 \int_0^s \exp(-\mu s/\alpha + \mu t/\alpha) dF(t) + hi_8 s^2 \exp(-\lambda s) \\
 &+ c_s(1-\alpha)p \int_0^s \left\{ \left(-\frac{(s-t)}{\alpha} - \frac{1}{\mu} \right) \exp(-\mu s/\alpha + \mu t/\alpha) + \frac{1}{\mu} \right\} dF(t) \\
 &+ \frac{c_s(1-\alpha)p}{\alpha} s \int_0^s \exp(-\mu s/\alpha + \mu t/\alpha) dF(t) - \frac{c_s(1-\alpha)p}{\alpha} \int_0^s t \exp(-\mu s/\alpha + \mu t/\alpha) dF(t) \\
 &= c_0 + \frac{c_{mi}^2}{\mu} - \frac{c_{mi}^2}{\mu} \exp(-\lambda s) + \left(c_p bs + \frac{c_p}{\mu} \right) \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda} \exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} - \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \exp(-\mu bs) \right) \\
 &- c_p \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda} s \exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} - \frac{\lambda}{(\mu - \lambda)^2} \exp\{(-\lambda + \mu - \mu b)s\} + \frac{\lambda}{(\mu - \lambda)^2} \exp(-\mu bs) \right) \\
 &+ \left(-\frac{2hi_1(\alpha)}{\mu^2} - \left(\frac{2hi_1(\alpha)}{\alpha\mu} + \frac{hi_3(\alpha)}{\mu} \right) s - \left(\frac{hi_1(\alpha)}{\alpha^2} + \frac{hi_3(\alpha)}{\alpha} + hi_4 - hi_7 \right) s^2 \right) \\
 &\times \left(\frac{\lambda\alpha}{\mu - \lambda\alpha} \exp(-\lambda s) - \frac{\lambda\alpha}{\mu - \lambda\alpha} \exp(-\mu s/\alpha) \right) \\
 &+ \left(\frac{2hi_1(\alpha)}{\alpha\mu} - \frac{hi_2(\alpha)}{\mu} + \left(\frac{2hi_1(\alpha)}{\alpha^2} - \frac{hi_2(\alpha)}{\alpha} + \frac{hi_3(\alpha)}{\alpha} + hi_6(\alpha) \right) s \right) \\
 &\times \left(\frac{\lambda\alpha}{\mu - \lambda\alpha} s \exp(-\lambda s) - \frac{\lambda\alpha^2}{(\mu - \lambda\alpha)^2} \exp(-\lambda s) + \frac{\lambda\alpha^2}{(\mu - \lambda\alpha)^2} \exp(-\mu s/\alpha) \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left(-\frac{hi_1(\alpha)}{\alpha^2} + \frac{hi_2(\alpha)}{\alpha} + hi_5(\alpha) \right) \\
 & \times \left(\frac{\lambda\alpha}{\mu - \lambda\alpha} s^2 \exp(-\lambda s) - \frac{2\lambda\alpha^2}{(\mu - \lambda\alpha)^2} s \exp(-\lambda s) + \frac{2\lambda\alpha^3}{(\mu - \lambda\alpha)^3} \exp(-\lambda s) \right. \\
 & \left. - \frac{2\lambda\alpha^3}{(\mu - \lambda\alpha)^3} \exp(-\mu s / \alpha) \right) + \left\{ \frac{2hi_1(\alpha)}{\mu^2} + \frac{hi_3(\alpha)}{\mu} s + hi_4 s^2 \right\} \{1 - \exp(-\lambda s)\} \\
 & + \frac{hi_2(\alpha)}{\mu} \left(-s \exp(-\lambda s) - \frac{1}{\lambda} \exp(-\lambda s) + \frac{1}{\lambda} \right) + hi_8 s^2 \exp(-\lambda s) + \frac{c_s(1-\alpha)p}{\mu} \{1 - \exp(-\lambda s)\} \\
 & + \left(-\frac{c_s(1-\alpha)p}{\mu} \right) \left(\frac{\lambda\alpha}{\mu - \lambda\alpha} \exp(-\lambda s) - \frac{\lambda\alpha}{\mu - \lambda\alpha} \exp(-\mu s / \alpha) \right) \\
 = & c_0 + \frac{c_{mi}^2}{\mu} + \frac{hi_2(\alpha)}{\mu\lambda} + \frac{2hi_1(\alpha)}{\mu^2} + \frac{c_s(1-\alpha)p}{\mu} + \frac{hi_3(\alpha)}{\mu} s + hi_4 s^2 \\
 & + \left(\frac{c_p\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} + \frac{c_p\lambda}{(\mu - \lambda)^2} \right) \exp\{-(-\lambda + \mu - \mu b)s\} - \left(\frac{c_p\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} + \frac{c_p\lambda}{(\mu - \lambda)^2} \right) \exp(-\mu b s) \\
 & + \left\{ \frac{c_{mi}^2}{\mu} - \frac{2hi_1(\alpha)\mu}{(\mu - \lambda\alpha)^2} - \frac{hi_2(\alpha)}{\mu\lambda} + \frac{hi_2(\alpha)\lambda\alpha^2}{\mu(\mu - \lambda\alpha)^2} + \frac{2hi_2(\alpha)\lambda\alpha^2}{(\mu - \lambda\alpha)^3} + \frac{2hi_5(\alpha)\lambda\alpha^3}{(\mu - \lambda\alpha)^3} - \frac{c_s(1-\alpha)p}{\mu - \lambda\alpha} \right\} \\
 & \times \exp(-\lambda s) \\
 & + \left\{ \frac{2hi_1(\alpha)\lambda\alpha}{\mu^2(\mu_2 - \lambda\alpha)} + \frac{2hi_1(\alpha)\lambda\alpha}{\mu(\mu - \lambda\alpha)^2} + \frac{2hi_1(\alpha)\lambda\alpha}{(\mu - \lambda\alpha)^3} - \frac{hi_2(\alpha)\lambda\alpha^2}{\mu(\mu - \lambda\alpha)^2} - \frac{2hi_2(\alpha)\lambda\alpha^2}{(\mu - \lambda\alpha)^3} - \frac{2hi_5(\alpha)\lambda\alpha^3}{(\mu - \lambda\alpha)^3} \right. \\
 & \left. + \frac{c_s(1-\alpha)p\lambda\alpha}{\mu(\mu - \lambda\alpha)} \right\} \exp(-\mu s / \alpha) \\
 & + \left(\frac{c_p b\lambda}{\mu - \lambda} - \frac{c_p\lambda}{\mu - \lambda} \right) s \exp\{-(-\lambda + \mu - \mu b)s\} - \frac{c_p b\lambda}{\mu - \lambda} s \exp(-\mu b s) \\
 & + \left\{ \frac{hi_2(\alpha)\mu}{(\mu - \lambda\alpha)^2} - \frac{hi_3(\alpha)\mu}{(\mu - \lambda\alpha)^2} - \frac{2hi_5(\alpha)\lambda\alpha^2}{(\mu - \lambda\alpha)^2} - \frac{hi_6(\alpha)\lambda\alpha^2}{(\mu - \lambda\alpha)^2} \right\} s \exp(-\lambda s) \\
 & + \left\{ \frac{2hi_1(\alpha)\lambda}{\mu(\mu - \lambda\alpha)} + \frac{2hi_1(\alpha)\lambda}{(\mu - \lambda\alpha)^2} - \frac{hi_2(\alpha)\lambda\alpha}{(\mu - \lambda\alpha)^2} + \frac{hi_3(\alpha)\lambda\alpha}{\mu(\mu - \lambda\alpha)} + \frac{hi_3(\alpha)\lambda\alpha}{(\mu - \lambda\alpha)^2} + \frac{hi_6(\alpha)\lambda\alpha^2}{(\mu - \lambda\alpha)^2} \right\} s \exp(-\mu s / \alpha) \\
 & + \left\{ \frac{hi_4\mu}{\mu - \lambda\alpha} + \frac{hi_5(\alpha)\lambda\alpha}{\mu - \lambda\alpha} + \frac{hi_6(\alpha)\lambda\alpha}{\mu - \lambda\alpha} + \frac{hi_7\lambda\alpha}{\mu - \lambda\alpha} + hi_8 \right\} s^2 \exp(-\lambda s) \\
 & + \left\{ \frac{hi_1(\alpha)\lambda}{\alpha(\mu - \lambda\alpha)} + \frac{hi_3(\alpha)\lambda}{(\mu - \lambda\alpha)} + \frac{hi_4\lambda\alpha}{\mu - \lambda\alpha} - \frac{hi_7\lambda\alpha}{\mu - \lambda\alpha} \right\} s^2 \exp(-\mu s / \alpha)
 \end{aligned}$$

これから, $C_{mi}^2(s)$ は以下のように表せる.

$$\begin{aligned}
 C_{mi}^2(s) = & C_2^0(\alpha) + C_2^1(\alpha)s + C_2^2(\alpha)s^2 + C_2^3(\alpha) \exp\{-\lambda + \mu - \mu b\}s\} + C_2^4(\alpha) \exp(-\mu b s) \\
 & + C_2^5(\alpha) \exp(-\lambda s) + C_2^6(\alpha) \exp(-\mu s / \alpha) + C_2^7(\alpha) s \exp\{-\lambda + \mu - \mu b\}s\} \\
 & + C_2^8(\alpha) s \exp(-\mu b s) + C_2^9(\alpha) s \exp(-\lambda s) + C_2^{10}(\alpha) s \exp(-\mu s / \alpha) \\
 & + C_2^{11}(\alpha) s^2 \exp(-\lambda s) + C_2^{12}(\alpha) s^2 \exp(-\mu s / \alpha)
 \end{aligned}$$

ここで, 各係数は以下のものである.

$$C_2^0 = c_0 + \frac{c_{mi}^2}{\mu} + \frac{hi_2(\alpha)}{\mu\lambda} + \frac{2hi_1(\alpha)}{\mu^2} + \frac{c_s(1-\alpha)p}{\mu}$$

$$C_2^1 = \frac{hi_3(\alpha)}{\mu}$$

$$C_2^2 = hi_4$$

$$C_2^3 = \frac{c_p\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} + \frac{c_p\lambda}{(\mu - \lambda)^2}$$

$$C_2^4 = \frac{c_p \lambda}{\mu(\mu-\lambda)} - \frac{c_p \lambda}{(\mu-\lambda)^2}$$

$$C_2^5 = \frac{c_{mi}^2}{\mu} - \frac{2hi_1(\alpha)\mu}{(\mu-\lambda)^2} - \frac{hi_2(\alpha)}{\mu\lambda} + \frac{hi_2(\alpha)\lambda\alpha^2}{\mu(\mu-\lambda)^2} + \frac{2hi_2(\alpha)\lambda\alpha^2}{(\mu-\lambda)^3} + \frac{2hi_5(\alpha)\lambda\alpha^3}{(\mu-\lambda)^3} - \frac{c_s(1-\alpha)p}{\mu-\lambda}$$

$$C_2^6 = \frac{2hi_1(\alpha)\lambda\alpha}{\mu^2(\mu_2-\lambda\alpha)} + \frac{2hi_1(\alpha)\lambda\alpha}{\mu(\mu-\lambda\alpha)^2} + \frac{2hi_1(\alpha)\lambda\alpha}{(\mu-\lambda\alpha)^3} - \frac{hi_2(\alpha)\lambda\alpha^2}{\mu(\mu-\lambda\alpha)^2} - \frac{2hi_2(\alpha)\lambda\alpha^2}{(\mu-\lambda\alpha)^3} - \frac{2hi_5(\alpha)\lambda\alpha^3}{(\mu-\lambda\alpha)^3} + \frac{c_s(1-\alpha)p\lambda\alpha}{\mu(\mu-\lambda\alpha)}$$

$$C_2^7 = \frac{c_p b \lambda}{\mu-\lambda} - \frac{c_p \lambda}{\mu-\lambda}$$

$$C_2^8 = -\frac{c_p b \lambda}{\mu-\lambda}$$

$$C_2^9 = -\frac{hi_2(\alpha)\mu}{(\mu-\lambda)^2} - \frac{hi_3(\alpha)\mu}{(\mu-\lambda)^2} - \frac{2hi_5(\alpha)\lambda\alpha^2}{(\mu-\lambda)^2} - \frac{hi_6(\alpha)\lambda\alpha^2}{(\mu-\lambda)^2}$$

$$C_2^{10} = \frac{2hi_1(\alpha)\lambda}{\mu(\mu-\lambda\alpha)} + \frac{2hi_1(\alpha)\lambda}{(\mu-\lambda\alpha)^2} - \frac{hi_2(\alpha)\lambda\alpha}{(\mu-\lambda\alpha)^2} + \frac{hi_3(\alpha)\lambda\alpha}{\mu(\mu-\lambda\alpha)} + \frac{hi_3(\alpha)\lambda\alpha}{(\mu-\lambda\alpha)^2} + \frac{hi_6(\alpha)\lambda\alpha^2}{(\mu-\lambda\alpha)^2}$$

$$C_2^{11} = -\frac{hi_4\mu}{\mu-\lambda} + \frac{hi_5(\alpha)\lambda\alpha}{\mu-\lambda} + \frac{hi_6(\alpha)\lambda\alpha}{\mu-\lambda} + \frac{hi_7\lambda\alpha}{\mu-\lambda} + hi_8$$

$$C_2^{12} = \frac{\mu-\lambda\alpha}{hi_1(\alpha)\lambda} + \frac{\mu-\lambda\alpha}{hi_3(\alpha)\lambda} + \frac{\mu-\lambda\alpha}{hi_4\lambda} - \frac{\mu-\lambda\alpha}{hi_7\lambda\alpha}$$

— 2005年6月1日受領 —