

所得分布の統計的計測にかんする諸見解

——パレートからジーニまで——

木村和範

はじめに

1. ヴィルフред・パレート — パレート指数 —
 - (1) 数学的研究の端緒
 - (2) パレート法則
 2. ロドルフォ・ベニーニ
— パレート理論の批判的受容 —
 - (1) パレート理論の受容
 - (2) パレート指数の解釈
 3. コッラド・ジーニ (1) — 集中指数 —
 - (1) パレート批判
 - (2) ジーニ指数
 4. マックス・O. ローレンツ
— ローレンツ曲線とグラフ法の展開 —
 - (1) 論争の概況
 - (2) アメリカにおけるローレンツ曲線の受容
 - (3) フランスにおけるグラフ法の展開
 5. コッラド・ジーニ (2) — 集中比 —
 - (1) 1914年論文の課題と集中比の定義
 - (2) 集中比の再定義
- むすび

はじめに

19世紀から20世紀にかけてイギリスでは、チャールズ・ブース¹⁾、B.S. ラウントリ²⁾、

1) ①Booth, Charles, "The Inhabitants of Tower Hamlets (School Board Division), their Condition and Occupations," *JRSS*,

A.L. ボーレー³⁾などによって労働者調査が行われ、イギリス各地における貧困者層の形成が確認された。また、ピクトリア女王の死後に王位を継承したエドワード7世の戴冠式(1901年)に沸くロンドンで、ボア戦争(1899年-1902年)取材のために船待ちをしていたジャック・ロンドン⁴⁾は仕事上の関係から、急遽計画を変更してロンドン東部(イースト・エンド)における市民の暮らし向きを調査した。その取

Vol. 50, 1887; ②ditto, "Condition and Occupations of the People of East London and Hamlet, 1887," *JRSS*, Vol. 51, 1888; ③ditto, *Life and Labour of the People in London*, Ser. 1-5, London 1889-91.

2) Rowntree, B.S., *Poverty: A Study of Town Life*, London 1901 (長沼弘毅訳『貧乏研究』千城 1975年).

3) ①Bowley, Arthur Lyon, "Working-Class Households in Reading," *JRSS*, Vol. 76, 1912-13; ②Bowley, A.L. and A.R. Burnett-Hurst, *Livelihood and Poverty, A Study in the Economic Conditions of Working-Class Households in Northampton, Warrington, Stanley, and Reading*, London 1915 (この著書の第1章「主たる結論の要約」の邦訳は、友永敏雄・速見聖子・土井文博訳『計量社会学の誕生』文化書房博文社 2001年に収録).

材にもとづく「潜入レポート」(1903年)⁴⁾は、当時のロンドン市民の悲惨な生活状態を露わにしている。

そのころ、他のヨーロッパ諸国でも貧困が社会問題となり、それをめぐる論議があった。そして、集積された富は一部の者の手中に集中しつつあるのか、それとも拡散しつつあって、富の分布が平等化に向かっているのか、あるいはまた、労働者の窮乏化(貧困化)は絶対的か、相対的かなどが論じられた⁵⁾。

富の集積と集中の問題は、一方で成長した巨大資本の論理が、植民地争奪戦争を必然ならしめるとする政治経済学説を展開させた。また、他方では、事柄を具体的に論ずるために所得統計や資産(遺産)統計を用いた実証的研究を促した。そして、それに伴って、所得や資産の社会的な分布にかんする統計的な計測手法が開発・応用された。最近では、国連が2000年に「ミレニアム開発目標(Millennium Development Goals)」を決議したことと関連して、貧困の撲滅が地球的規模で取り組まれ、貧困現象の分析手法やその指標体系の研究に前進が見られる⁶⁾。ここでは、社会の豊かさや貧しさを統計的に計測しようとする営みが、19世紀以降、今日ま

で連綿と続いていることを指摘するにとどめる。そして、本稿では、この分野の研究の端緒に遡り、考察の対象をパレートからローレンツを経てジーニにいたる研究に限定して、そのとどきに構想された計測手法の特質を明らかにすることを課題とする。もって、それらの手法どうしの理論的紐帯を明らかにするための予備的考察としたい⁷⁾。

1. ヴィルフレド・パレート —パレート指数—

(1) 数学的研究の端緒

『新約聖書』(「マルコ福音書」第4章第25節)には「持っている人はさらに与えられ、持たぬ人は、持っているものまでも取り上げられるのである」とある(同様趣旨の文言は、「ルカ福音書」第8章第18節にも見られる)。おそらくこれに由来すると考えられるが、19世紀末のヨーロッパ諸国では「富者はますます豊かに、貧者はますます貧しく」という見解が政府の「公式見解」となっていた⁸⁾。ジョージ・J.ゴッシェンは1887年12月6日に行ったイギリス王立統計協会の会長就任演説で、この「公式見解」

4) London, Jack, *The People of the Abyss*, New York 1903 (行方昭夫訳『どん底の人々 ロンドン1902』岩波文庫 1995年)。

5) 美馬孝人「労働者の貧困と社会政策」荒又重雄・小越洋之助・中原弘二・美馬孝人『社会政策(1)』有斐閣 1979年 第1章参照。

6) 伊藤陽一「世界の貧困に関する統計・統計指標」近昭夫・藤江昌嗣編著『日本経済の分析と統計』(統計と経済分析 Ⅲ)北海道大学図書刊行会 2001年 第9章 参照。

7) 本稿の執筆にあたり、以下の文献から示唆を得た。①森田優三『国民所得の評価と分析』東洋経済新報社 1949年；②高山憲之「富と所得の分布」『経済学大辞典(第2版)』I 東洋経済新報社 1980年 [高山(1980)]。

8) Wolf, Julius, *System der Sozialpolitik, Erster Band: Grundlegung. Sozialismus und kapitalistische Gesellschaftsordnung. Kritische Würdigung beider als Grundlegung einer Sozialpolitik* Stuttgart 1892, p. 224.

を現実の所得統計によって反駁した。そして、イギリス社会の所得分布が全体として平滑化傾向にあり、その意味では「静かなる社会主義が進行している」と主張した⁹⁾。

このように見解が相対立している理論状況を打開するには、現実の所得や資産（遺産）の分布が一国全体でどのようなになっているかを計測する必要がある。当時、このために開発された手法は、所得階級別の人数分布を比較する方法を別とすれば、2つに大別される。一方は、パレート指数やジーニ係数に代表される単一の計測指標を用いる。他方は、ローレンツ曲線に代表されるグラフ法である。

2つに大別されるこれらの計測方法のうち、前者の単一の指標による計測方法は、さらに2つに分類される。その一方は、所得分布が関数関係にあると見て、その関数のパラメータをもって計測指標とする。パレート指数はこの一例である。他方の計測手法では、所得分布が関数関係としては把握されない場合を研究対象として、その分布の集中を計測する単一の測度が用いられている。ジーニ係数は好個の例である。

これらの単一指標の導出には数学的手法が用いられるが、なかでもパレート指数に結実したヴィルフレド・パレートによる一連の研究は、貧困化をめぐる問題に初めて数学的方法を適用したと言われている¹⁰⁾。そのために、最初にパレートを取り上げることにする。

(2)パレート法則

パレートは、所得を x 、所得が x 以上の人数を $N(x)$ とおいて、ヨーロッパ諸国の所得統計を調べた。その経験から、所得分布は

$$N(x) = \frac{H}{(x+a)^\alpha} e^{-\beta x}$$

ここに、 H 、 α 、 β はデータごとに異なるパラメータ

で表現できることに気づいた。ただし、ドイツ北西部の北海に面した現ニーダーザクセン州の一部であるオルデンプルク大公国を除けば、 $\beta=0$ と見てよいと考えた¹¹⁾。そして、上式右辺の分母における a は所得の源泉（勤労や資産所得など）によって正負の値をとるが、その源泉を問わず所得として一括した「総合所得 (entrate totali)」は、簡単に、

$$N(x) = \frac{H}{x^\alpha} \quad (1)$$

でその分布が表現できると考えた¹²⁾。これにたいして、パレートはその源泉ごとの所得（「部分所得 (e. parziali)」) 分布を

$$N(x) = \frac{H}{(x+a)^\alpha} \quad (2)$$

と表した。後に、プレシアーニ-チュッローニ¹³⁾ は(1)式を「パレートの第1法則」、(2)式を「パレートの第2法則」と名づけた。一般にパレ

9) Goschen, George Joachim, "The Increase of Moderate Income," being the Inaugural Address of the President of the Royal Statistical Society, Session 1887-88. Delivered 6th December, 1887, at Wallis's Room, JRSS, Vol. 50, 1887, p. 602.

10) Bresciani, Costantino, "Sull'interpretazione e comparazione di seriazione di redditi o di partimoni," *Giornale degli Economisti*, Serie seconda, Vol. XXXIV, 1907, p. 20.

11) Pareto, Vilfredo, *Cours d'Économie Politique*, Tome Second, Lausanne 1897 [Pareto (1897a)], p. 307f.

ト法則と言われるのは、この(1)式であり、それに従う分布がパレート分布である。

(1)式の両辺の対数をとれば、

$$\log N(x) = \log H - \alpha \log x \quad (3)$$

となる。(1)式や(3)式の α は古くは「パレート常数」¹⁴⁾と言われていたが、今日ではパレート指数と言われている。この α が指数と言われているのは、(1)式右辺の分母における「べき」としての指数だからである。

パレート指数 α の値をもとめる方法としては、最小二乗法の適用が考えられるが、パレート¹⁵⁾をはじめとして、その直接的な影響下にあった論者は、計算の簡便さから「コーシーの補間法 (il metodo di interpolazione del

Cauchy)」を採用した。この補間法は、①内挿直線が原系列の横座標の値の相加平均と縦座標の値の相加平均を通ること、②内挿直線の勾配が「横軸の個別値とその相加平均との間の平均的な乖離」と「縦軸の個別値とその相加平均との間の平均的な乖離」の比率としてあたえられること、にもとづいて内挿直線の切片と勾配をもとめる方法である。

(1)式を(3)式へと対数変換し、その(3)式を各国・各地の所得統計にあてはめたパレートは、 α (パレート指数) の値を計算した。基礎データの正確さに問題があると思われるものを除けば、バーゼル (1887年) の α が最小の1.24となり、最大の α は1.73 (プロイセン, 1881年)であった。このように α の値の変動が小さいことから、パレートは所得分布が超時空的に安定的であると結論した¹⁶⁾。

2. ロドルフォ・ベニーニ —パレート理論の批判的受容—

(1)パレート理論の受容

パレートの所得分布分析論は後にコッラド・ジーニによって批判的に克服されたが、ジーニとパレートの間にあって、イタリアへのパレート理論の受容に役割を果たしたのがロドルフ

-
- 12) Pareto, V., "Aggiunta allo studio sulla curva delle entrate," *Giornale degli Economisti*, Serie seconda, Volume XIV, 1897 [Pareto(1897b)], p. 16. なお、この分野におけるパレートの論文としては、上述のPareto (1897a)(1897b)の他に、次がある。①Pareto, V., "La legge della domanda," *Giornale degli Economisti*, Serie seconda, Volume X, 1895; ②ditto, "Il modo di figurare i fenomeni economici (A proposito di un libro del dottor Fornasari)," *Giornale degli Economisti*, Serie seconda, Volume XII, 1896[Pareto(1896a)]; ③ditto, "La curva delle entrate e le osservazione del Prof. Edgeworth," *Giornale degli Economisti*, Serie seconda, Volume XIII, 1896. [Pareto (1896b)]
- 13) Bresciani-Turroni, Costantino, "On Pareto's Law," *JRSS(New Series)*, Vol. 100, Pt. 3, 1937, p.422. [Bresciani-Turroni(1937)] この論文は[Bresciani (1907)]と同一の執筆者による。

-
- 14) 参照。早川三代治『パレート法則による所得と財産の分布に関する研究』(これは早稲田大学に提出された学位請求論文であるが、早川は同大学から1960年1月18日付けで経済学博士の学位を授与されているので、刊行年は1960年以前と思われる)。

- 15) Pareto (1896a).
16) Pareto (1897a), p. 312.

オ・ベニーニであった。ベニーニはイタリア主要23都市における所得統計（1887年）がパレートの第1法則〔(1)式または(3)式〕によく照応していることを確認し、その統計にコーシーの補間法を適用してパレート指数の値1.45を得た¹⁷⁾。この数値が上に述べたパレートの計算結果の範囲内（1.24～1.73）にあることから、ベニーニは、時間を超えて、各国・各地域のパレート指数がほぼ1.5という値で安定していると考えた¹⁸⁾。パレートは α の安定性を主張したが、数値的に特定して、それが1.5付近で安定的に変動すると述べたのは、ベニーニであることに注意したい。

以上から、①パレート法則の適合性の擁護、②パレート指数の計算方法としてのコーシーの補間法の採用、③パレート指数の安定性の主張という3点において、ベニーニは、パレートの理論の後継者としての位置にいることが分かる。

(2) パレート指数の解釈

パレート指数 α の変化にかんする解釈については、ベニーニはパレートとは見解を異にする。

17) ① Benini, Rodolfo, “Di alcune curva descritte da fenomeni economici aventi relazione colla curva del reddito o con quella del patrimonio,” *Giornale degli Economisti*, Serie seconda, Volume XIV, 1897, p. 179; ② ditto, “I diagram a scala logaritmica,” *Giornale degli Economisti*, Serie seconda, Volume XXX, 1905, p. 225. [Benini (1905a)]; ③ ditto, “Principii di Statistica Metodologia,” *Biblioteca dell’Economista*, Volume XVIII, Dispensa 1^a, 1905, p. 185. [Benini (1905b)]

18) Benini (1905a), p. 226f.

パレートは当初から一貫して、 α の増大が所得分布の集中を意味すると考えていた¹⁹⁾。これにたいして、今日では逆に、 α の増大が所得分布の均等化を意味すると考えられている。この通説的解釈はベニーニに淵源する。彼の考え方²⁰⁾にもとづけば、次のようになる。所得を x_0 と x_1 （ただし $x_0 < x_1$ ）とおき、所得が x_0 または x_1 以上の人数をそれぞれ $N(x_0)$ 、 $N(x_1)$ とおく。これを(1)式（パレートの第1法則）に代入して整理すれば、

$$N(x_1) = \frac{N(x_0)}{\left(\frac{x_1}{x_0}\right)^\alpha}$$

ただし、 x_0 ：捕捉された最低所得

$N(x_0)$ ：所得が捕捉された総数（人数または世帯数）

x_1 ：最低所得よりも大きい任意の所得（これを基準所得とする）

$N(x_1)$ ：所得が x_1 以上の人数または世帯数

となる。この式において、所得 x_0 と x_1 が不変で、総人数 $N(x_0)$ も不変であるとすれば、基準所得 x_1 以上の人数 $N(x_1)$ は α の増大とともに小さくなる。すなわち、比較優位の所得者数が減少することになる（このとき、比較劣位の所得者数は増加し、その階層に属す所得者の割合が増え、比較劣位の所得者層が相対的に増大する）。その結果、所得分布が均等化する。このことを捉えて、ベニーニは、パレート指数 α の増大が所得分布の均等化を意味すると解釈した。

19) Pareto (1895), p. 61.

20) ① Benini (1905a), p. 227; ② Benini (1905b), p. 187f.

3. コッラド・ジーニ(1)

—集中指数—

(1)パレート批判

ベニーニを経てイタリアに受容されたパレート理論は、3つの点から批判を受けた。その第1は、パレート指数 α の解釈についてである（これについてはすでに述べた）。第2は α の安定性について、また第3はパレート法則の妥当性についてである。

ここではまず、第2論点（パレート指数の安定性にたいする批判）を取り上げる。その際、比較的早い段階でパレートを批判したコスタンチーノ・ブレシアーニとコッラド・ジーニの見解を検討する（いずれも α の解釈についてはベニーニ説に立つ）。ブレシアーニ²¹⁾は、プロイセン王国の都市部と郡部における所得分布や人口規模別の地域別所得分布などからパレート指数を計算した。その結果、都市部や人口稠密地域において α が小さいことを確認し、資本主義化（工業化）の進展とともに α が小さくなり、したがって、所得格差が拡大すると述べた。そして、 α の安定性を主張するパレートを批判した。また、ジーニは、 α が安定的に見えるのは、所得分布の集中度を計測する指標としてのパレート指数の感度が低いからであると批判した。このパレート批判は、次に取り上げる第3論点とも関連する。

21) Bresciani, C., "Dell'influenza de le condizioni sulla forma della curva dei redditi," *Giornale degli Economisti*, Serie seconda, Volume XXXI, 1905, p. 118, p. 121.

第3論点は、パレート法則そのものの妥当性である。パレートの第1法則 [(1)式] から明らかのように、そこでは所得 x と人数 $N(x)$ が関係づけられている。これにたいして、ジーニは、所得分布の集中を計測するには、社会における総所得のどれだけが、どれほどの人々によって領有されているかということも勘案して、所得分布の集中を計測する必要があると考えた。

この課題を解決するものとして提案されたのが、「集中指数 (indici di concentrazione)」 δ である。これによって第2論点（安定的な値をあたえる α の感度の低さにたいする批判）も克服できるとジーニは考えた。 δ の構想そのものは1909年²²⁾に公表されたが、集中指数と命名されたのは1910年である²³⁾。この集中指数は今日では「ジーニ指数 g 」と言われており、後に取り上げる「ジーニ係数 G 」とは異なっていることについて注意が促されている²⁴⁾。

22) Gini, C., "Il diverso accrescimento delle classi sociali e la concentrazione della ricchezza," *Giornale degli Economisti*, Serie seconda, Volume XXXVIII, 1909.

23) ①Gini, C., "Indici di concentrazione e di dipendenza," *Atti della Società Italiano per il Progresso delle Scienze, Terza Riunione, Padova, Settembre 1909*, Roma 1910 [Gini (1910)]; ②ditto, "Indici di concentrazione e di dipendenza," *Biblioteca dell'Economista*, Ser. 5, Vol. 20, 1922. [Gini (1922)] (論文②は1922年以前の少なくない論文で引用されており、そのなかでは、その刊行年が1910年となっているが、筆者が参照したのは1922年版である。)

24) 高山(1980), p. 474.

(2) ジーニ指数

パレートの所得分布を批判的に検討して、ジーニは独自の所得分布モデルとして

$$A(x) = \frac{K}{x^\beta} \quad (4)$$

ここに、 x は所得、 $A(x)$ は所得が x 以上になるすべての世帯（または個人）の所得総額、 K と β はパラメータ

を構築した。この所得分布モデル [(4)式] とパレートの法則 [(1)式] とがともに成立しているという前提のもとで、この(4)式と(1)式にたいして同一の所得 x_0 と x_1 (ただし $x_0 < x_1$) を代入して整理すれば、

$$\frac{N(x_1)}{N(x_0)} = \left\{ \frac{A(x_1)}{A(x_0)} \right\}^\delta \quad (5)$$

ここに、 $\delta = \frac{\alpha}{\beta}$ [ただし、 α はパレートの指数、 β は(4)式のパラメータ]

を得る。この(5)式における右辺の「べき」 δ が集中指数である。これは、所得分布の集中が昂進するにつれて大きい値をとる。

そして、ジーニはパレートの指数 α と集中指数 δ との間に

$$\delta = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$$

という関係があるとした²⁵⁾。この式によって、ジーニは α の感度と δ の感度を比較して、 δ が α

に勝っていると主張した²⁶⁾。

(5)式の δ を計算すると言っても、所得 x_0 を捕捉可能な最低所得であるとするとき、それを上回る所得をどうとるかによって、さまざまな δ がもとめられる。一般に所得 x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) について n 個の δ_i が計算できる。さらにまた、この δ_i の相加平均をもとめて所得分布全体の集中指数と見なすこともできる。ジーニはこの2種類の集中指数を区別してはいないが、個々の集中指数を「個別集中指数」、その相加平均を「総合集中指数」とすれば、集中指数を内容的に識別して理解することができる。ジーニは1904年のオーストリアについて上の意味での個別集中指数を計算した後、その相加平均としての総合集中指数2.722を得た。そして、この数値が個々の個別集中指数ともよく符合することを確認した²⁷⁾。

所得分布の集中を考察するときに、人数と所得総額とはそのいずれもが欠くことのできない経済量である。ところが、パレートの所得と人数だけにもとづいて所得分布を考察しようとした。これにたいして、すでに見たようにジーニは所得総額という経済量を包摂する分析手法を考案した。このように「各所得階級の人数と所得の総合計が直接に考慮」されている点をエマヌエレ・ポッラーはジーニの功績として肯定的

25) この証明については、Czuber, Emanuel, "Beitrag zur Theorie statistische Reihen," *Versicherungswissenschaftlichen Mitteilungen*, Neue Folge, Vol. 9, 1914, p. 160f.

26) Gini (1922), p. 48. cf. Furlan, V., "Neue Literatur zur Einkommensverteilung in Italien," *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, III. Folge, 42. Band, 1911, p. 247. [Furlan (1911)]

27) Gini (1922), p. 17.

に評価した（強調はボッラー）²⁸⁾。このような評価もあって、集中指数 δ が公表された後の一時期には、 δ が所得分布の集中を計測するための測度として注目された²⁹⁾。

ところで、

$$P_i = \frac{N(x_i)}{N(x_0)} \quad \text{および} \quad Q_i = \frac{A(x_i)}{A(x_0)}$$

とおけば、(5)式は

$$P_i = Q_i^{\delta} \quad (6)$$

となる。この単純化された(6)式を見れば、所得が x_i 以上の人数の割合(P_i)とそれらの人々の領有する所得総額が社会全体の総所得にしめる割合(Q_i)とは関数関係にあつて、集中指数 δ はそのパラメータであることが分かる。すなわち、(6)式によって所得分布を分析して、「個別」であれ「総合」であれ、 δ を集中の尺度として活用するということが、所得分布に関数関係をあてはめることを含意する。所得分布は、つねに(6)式のような（一種の数理モデルとしての）関数関係において把握されるのであろうか。(6)式が所得分布にかんする特殊な型の関数であるとすれば、(6)式以外にも所得分布の関数はあるのだろうか。一般に関数関係で表現

できない所得分布の集中はどうすれば計測することができるのであろうか。このような問題意識にもとづいて構想されたのがいわゆる「ジーニ係数」である。しかも、その定式化は、ローレンツによるグラフ法（ローレンツ曲線）に付帯する難点を克服することも企図されていた。そのために、以下では、ジーニ係数を取り上げる前に、ローレンツの研究とその周辺について触れる。

4. マックス・O. ローレンツ —ローレンツ曲線とグラフ法の展開—

(1) 論争の概況

ローレンツがその名を冠されたあの曲線を初めて公表したのは、1905年である³⁰⁾。その曲線は、1892年と1901年におけるプロイセン王国の所得統計についてであった。ローレンツは、そのグラフの横軸には所得の累積百分率をとり、縦軸には人数の累積百分率をとっている。

したがって、ローレンツの原論文では、軸の取り方が一般的に見られる方式とは逆になっていて、曲線は上に凸である。その曲線を「ローレンツ曲線 (Lorenz curve)」と名づけたのは、ウィルフォード・I. キングであると言われており、彼の著書『統計的方法の基礎』（初版1912年）には「ローレンツ曲線」というタイトルで1節が当てられている。そこにおける軸の取り方は、今日と同様であるが、横軸（人

28) Porru, Emanuele, “La concentrazione della ricchezza nelle diverse regioni d’Italia,” *Studi Economico-Giuridici Pubblicati per Cura della Facoltà di Giurisprudenza*, Istituto Economico-Giuridico, R. Università di Cagliari, Anno IV, Parte prima, 1912, p. 114.

29) ① Furlan (1911); ② Savorgnan, Franco, “La distribuzione dei redditi nelle provincie e nelle grandi città dell’Austria,” *Pubblicazioni del Museo Commerciale Trieste*, 1912.

30) Lorenz, Max O., “Methods of Measuring the Concentration of Wealth,” *Publications of the American Statistical Association*, No. 70, 1905. [Lorenz (1905)]

数〔あるいは世帯数〕の累積百分率)の左端が100%、右端が0%となっている。このため、曲線の形状は下に凸ではあるが、曲線は左隅に引き寄せられており、また、均等分布直線は左上隅から右下隅にかけて引かれた対角線として描かれていて³¹⁾、ローレンツのオリジナルとも、今日一般に見られる図とも異なっている(なお、キングと同様の曲線は1910年にJ.セアークによって描かれている。これについては後述する)。このように、ローレンツ曲線の形状は歴史的に変遷してきたが、キングの著書からは、遅くとも1912年にはローレンツ曲線が所得分布に応用されるグラフ法のひとつとして地歩を占めていたことを伺い知ることができる。

後に、ジーニによってローレンツ曲線による分析の「改良」が試みられた(1914年)。そのときには、グラフの縦軸と横軸にとられた経済量は、キングと同様に、横軸が人数の累積百分率、縦軸が所得の累積百分率となってい

る。しかし、ジーニの場合には、両軸の原点を左下隅におく、文字どおりの「デカルト直交座標によるグラフ(un diagramma a coordinate cartesiane ortogonali)」³²⁾であり、今日、ローレンツ曲線を描くときと同様の形状を示している。ローレンツ曲線をローレンツのオリジナル(上に凸)から今日の形状(下に凸で右上がり)のように最初に変えたのは誰であるか、あるいは縦横の軸にとるべき経済量をローレンツとは逆に初めて入れ替えたのは誰なのかについては、なお今後の検討を待たねばならないが、少なくともジーニの試みは初期に属す。

ところで、ローレンツ論文の公刊(1905年)直後から1910年にかけて、『アメリカ統計協会雑誌(*The Publications of the American Statistical Association*)』や『経済学季報(*The Quarterly Journal of Economics*)』の誌上で、所得分布の集中を統計的に計測する方法をめぐって、小規模ながら論争があった。

あらかじめ、アメリカにおける論争の要点を述べておく。そこでは、所得分布の集中を計測するための方法として望ましいのは、①単一の統計的測度か、あるいは、②グラフ法かが論じられ、そのなかで、ローレンツ曲線を含めたグラフ法の有効性が、論者の方法論的な違いを超越して認められるようになった。また、フランスでもグラフ法をめぐって論争があり、そのなかからローレンツ型の分布曲線が誕生した。以

31) King, Willford I., *The Elements of Statistical Method*, New York 1912, p. 156. (ただし、引用は1920年版による。)なお、河上肇『貧乏物語』(1917年)[岩波文庫, 1947年, p.34]では、King, Willford I., *The Wealth and Income of the People of the United States* (1915)所載の、同様の形状をした(イギリス、アメリカ、ドイツ、フランスの所得分布にかんする)ローレンツ曲線が「ロレンツ氏の曲線」として紹介されている。また、イタリアでは遅くとも1916年には「ローレンツ曲線(*curva di Lorenz*)」という用語が見られるようになった(Ricci, Umberto, "L'Indice di variabilità e la curva dei redditi," *Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica*, Vol. 53, 1916, p. 197. [Ricci(1916)]。)

32) Gini, C., "Sulla misura della concentrazione e delle variabilità dei caratteri," *Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*, Anno accademico 1913-14, Tomo LXXIII, Parte seconda, p. 1229f. [Gini(1914)] (本文では1914年論文と略記。)

下では、これらの論争について簡単に述べることにする。

(2) アメリカにおけるローレンツ曲線の受容
アメリカでは、G.K.ホームズが単一尺度による所得分布の計測を主張する論者として、最初にこの論争に登場した。この人は、ローレンツに先立って1893年に所得分布の集中を研究し、2つのメディアンとその差の三つ組からなる「三連尺度 (triple measure)」の採用を提唱した³³⁾。ホームズは、所得と人口を組み合わせ、そのそれぞれについて分布のメディアンを計算し、その2つのメディアンの差が大きいほど集中が強いと考えた。ローレンツ曲線で表現される所得分布は、全構成員の所得が同率で増加（ないし減少）しても、その曲線の形状に変化はない（したがって、集中の様子は変わらない）。ところが、ホームズの三連尺度では構成員の所得の一律変化が集中度の違いとなって計測される。このことから、ローレンツは三連尺度を批判した³⁴⁾。ホームズはこのローレンツの1905年論文にたいする短評を執筆した。そのなかで、彼は三連尺度の有効性を重ねて主張したが、「ローレンツ氏の思慮深いグラフ法の構想にたいするいささかの反論でもない」という文言で擱筆し、ローレンツのグラフ法を支持した³⁵⁾。

33) Holmes, G.K., "Measure of Distribution," *Publications of the American Statistical Association*, Nos. 18-19, 1892.

34) Lorenz (1905), p. 214.

35) Holmes, G.K., "Measure of Concentration of Wealth," *Publications of the American Statistical Association*, No.71, 1905, p. 319.

W.M.パーソンズもまた、ローレンツの1905年論文に続く論争のなかで、単一の統計的尺度による所得分布の集中度の計測を主張した論者の一人である。計量経済学者として著名なH.L.ムーア³⁶⁾は、1890年と1900年における全米30業種の賃金統計にもとづいて、1890年に較べて1900年では、①平均賃金が低いこと、②標準偏差が小さいこと、③変動係数が小さいことを確認した³⁷⁾。パーソンズは、ムーアが賃金分布の分析で活用した変動係数を所得分布の集中度の計測指標に採用し、その値が小さいほど所得格差が小さいことが示されると考えた³⁸⁾。さらに、変動係数による集中度の計測の妥当性を視覚に訴える目的で、ローレンツ曲線を描いて、その傍証とした。

ローレンツの1905年論文に触発されたアメリカにおける論争のなかで提示された論点のうちひとつはグラフ法の有用性である。G.P.ワトキンス³⁹⁾は、上述のパーソンズにたいする

36) 近昭夫「H.L.ムーアと統計的経済学」『統計的経済学研究——計量経済学の成立過程とその基本問題——』梓出版社 1987年 第1章 参照。

37) Moore, Henry L., "The Variability of Wages," *Political Science Quarterly*, Vol. 22, 1907, pp. 66ff.

38) Persons, Warren M., "The Variability in the Distribution of Wealth and Income," *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 23, 1909, pp432ff. [Persons (1909)]

39) Watkins, G.P., "An Interpretation of Certain Statistical Evidence of Concentration of Wealth," *Publications of the American Statistical Association*, No.81, 1908. [Watkins (1908)]

批判論文⁴⁰⁾のなかでも繰り返し、単一指標による所得分析法を批判し、(ローレンツ型の分布曲線ではないが)グラフ法の活用を主張した。なお、このワトキンス論文の末尾にはパーソンズ⁴¹⁾の反批判が付けられている。

以下では、ワトキンスの見解を、所得や資産の分布の集中度の研究におけるグラフ法の活用という点だけに限定して紹介する。彼は、横軸に相続件数、縦軸に相続土地面積をとった。そして、相続面積ごとの相続件数を両対数グラフに示した。これはほぼ直線状になることから、この直線の勾配を目視によって比較すれば、集中の程度を知ることができるというのがワトキンスの主張の要点である⁴²⁾(ただし、彼は直線の勾配を計算してはいない)。これにたいして、パーソンズは、グラフ法にまつわる目視の主観性やデータの取り方などを批判した⁴³⁾。

対数グラフはその特性から大きな値と小さな値を一葉の図で表現する。この特質を長所と見るか、短所と見るかによって意見が分かれる。ローレンツは、対数を(パレートのように)所得分布に適用すれば、見る者が惑わされるとしてその活用を忌避したが⁴⁴⁾、ワトキンスは、このパレートの批判が「性急」であるとローレン

ツを退けている⁴⁵⁾。

以上簡単にアメリカでの議論を回顧してきた。ワトキンスはローレンツを批判してはいるが、グラフ法そのものの批判ではなくて、グラフ法を分析手法として前提した上で、その表示方法のうち、とくに対数グラフの使用の是非をめぐる見解の相違に由来する批判と見ることができる。一連の論議のなかで所得分布の集中度の計測におけるグラフ法の有用性が確認された。

(3) フランスにおけるグラフ法の展開

アメリカでグラフ法が注目されたのとはほぼ同時期に、フランスでも、エミール・シャトラン⁴⁶⁾とJ.セアーユ⁴⁷⁾によって、グラフ法による所得や資産の分析法が研究されている。

シャトランは、フランス全土における遺産相続の集中を研究する目的で、横軸に相続件数(500件=1mm)、縦軸に相続額(1万フラン=1mm)をとり、両者の対応を「相続曲線(la courbe des successions)」で表示する方式を考案した。ところが、この方式でフランスにおける相続統計(1905年)をグラフ化しようとするれば、横77cm、縦5mとなり、1ページには取

45) Watkins(1908), p. 37.

46) ① Chatelain, Émile, "Les successions déclarées en 1905," *Revue Politique et Parlementaire*, Tome LIV, 1907 [Chatelain(1907)]; ② ditto, "Le tracé de la courbe des successions en France," *Journal de la Société de Statistique de Paris*, 1910. [Chatelain(1910)]; ③ ditto, "La fortune française d'après les successions en 1910," *La Démocratie*, 20 Janvier 1911.

47) Séailles, J., *La Répartition des Fortunes en France*, Paris 1910. [Séailles(1910)]

40) Watkins, G.P., "The Measurement of Concentration of Wealth," *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 24, 1910.

41) Persons, Warren M., "The number in the following refer to the section of Dr. Watkins' Note," *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 24, 1910.

42) Watkins(1908), p. 37.

43) Persons(1909), pp. 428ff.

44) Lorenz(1905), p. 217.

まらない。彼によれば、このような場合に、対数グラフを活用すれば、直線状の相続分布を1ページに収めることができるという「利点」はある。しかし、相続の社会的不平等は曲線で示すことによって目視することができるので、対数は利用できないとシャトランは考えた。そのような事情から、彼は相続額を1万フラン以上限定して、1ページ分のスペースに収録できる大きさのグラフを描いた⁴⁸⁾。

その後、シャトランは「新しいやり方」を考案した。それは、縦軸には相続額の累積金額、横軸には相続の累積件数を取り、そして、縦横の軸の長さをそれぞれ20 cmに固定して、相続曲線を描くという方法である⁴⁹⁾。このグラフでは、縦横の長さが等しいので、正方形のなかに、相続曲線が描かれることになる。さらにシャトランは、両軸のさまざまな累積値が全体に占める割合を計算した。したがって、縦横の軸には累積百分率も記載されている。この意味では、ローレンツのグラフ法と(両軸の数値が入れ替えられているという違いを別にすれば)同一である。

セアーユは、このようなシャトランのグラフ法を批判した。その批判の要点は、たとえば異なる時点で相続総数が同一であっても、相続総額が増加すれば、そのときのグラフの縦軸の長さは20 cmを超えてしまい、2本の相続曲線の比較は困難になる、ということに尽きる⁵⁰⁾。

そして、シャトランの「新しいやり方」に代わる作図の仕方として、セアーユが提案した方法は、縦横の軸を累積百分率とする、あのロー

レンツのグラフ法である。このセアーユのグラフは、横軸の左端が100%、右端が0%となっているので、厳密には、ローレンツのグラフよりも、むしろキングのグラフとの同一性を指摘すべきであろう。セアーユもシャトランもローレンツへの言及がなく、アメリカでの議論とフランスでの議論との関連性については、なお不明のところがあるが、ローレンツの論文の刊行年はシャトランよりも2年早く、またセアーユよりも5年早い。

5. コッラド・ジーニ(2) —集中比—

(1)1914年論文の課題と集中比の定義

ジーニ係数と呼ばれる所得分布の統計的計測指標は、1914年に「集中比 (rapporto di concentrazione)」という名で公表された⁵¹⁾。この1914年論文を今日的な観点から見ると、その課題は主として次の3点であったと考えられる。

第1に、パレート指数 α は(したがってジーニの集中指数 δ もまた)、関数関係で表現される所得分布にかんする集中の測度であり、関数関係を前提としない所得分布の集中を計測する測度としては得心の行くものではなかったので、新しい測度を構想することが課題となった。

第2の課題は、ローレンツ曲線の明証性は認められるものの、曲線の形状の比較を目視によるのではなくて、その曲線の描く形状を数値的な尺度で秤量して、厳密性を確保しうる測度を構想することである。

48) Chatelain (1907), p. 164f.

49) Chatelain (1910), p. 352.

50) Séailles (1910), pp. 54ff.

51) Gini (1914).

第3は、集中指数の研究と集中比の研究の間で得られた平均差と、新たに構想された測度(集中比)との間の数学的関係を確定することである。

1914年論文はこの3つの課題に答えることを主たる目的として執筆され、集中比 R はその解答であった。 R は次のように定義されている。系列を構成する各項の強度(intensità)を a_i とし、その項数を n とする($a_i \leq a_j$) (ジーニの強度とは、いわゆる集団性の方向と強度というときの強度ではなくて、系列の各項がもつ数量的規定性のことである)。

強度の総計を A_n 、昇順に強度を並べて最小の強度 a_1 から a_i までの強度の合計をもとめ、それを A_i とおく。このとき、 $\frac{A_i}{A_n} = q_i$ は強度の累積百分率をあたえ、 $\frac{i}{n} = p_i$ は系列の項数(強度の個数)にかんする累積百分率をあたえる。説明のために強度を所得とすれば、一般に所得分布は不平等であるから、 p_i とそれに対応する q_i との大小関係は

$$p_i > q_i$$

になる。したがって、

$$p_i - q_i > 0$$

である。この乖離($p_i - q_i$)は所得分布が均等であるほど小さくなる。この乖離を p_i で割り、

$$\frac{p_i - q_i}{p_i} \quad (8)$$

を得ると、項数の累積百分率 p_i を基準として、乖離 $p_i - q_i$ が再評価されることになる。このように相対化された乖離のうち、 p_n と q_n とはいずれも1であるから、実質的に意味のある

$\frac{p_i - q_i}{p_i}$ は、 $i=1, 2, \dots, n-1$ についてである。

ジーニはこの相対化された乖離 $\frac{p_i - q_i}{p_i}$ の「平均(media)」を集中比 R と名づけ、それは

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i)}{\sum_{i=1}^{n-1} p_i} \quad (9)$$

であたえられると述べている⁵²⁾。

(9)式は一般項を(8)式とする系列の相加平均でもなければ、相乗平均でもないので、それが「平均」であるということは分かりにくい。しかし、次のように考えればジーニの言う「平均」という用語の意味が理解可能となるであろう。相加平均は、 n 個の各項の数量的規定性を単一の \bar{x} で表現する。すなわち、相加平均をもとめることによって、 n 個の各項 x_i の数量的規定性をすべて同一の \bar{x} で代表させることができる。相加平均のこのような代替機能(あるいは代表機能と言ってもよい)を(8)式に適用する。今、かりに、(8)式を一般項とする($n-1$)個の相対的な乖離 R_i がすべて同一の値となつて、単一の値 R で代替できるものとする($R_1 = R_2 = \dots = R_{n-1} = R$)。すなわち、 R は R_i の系列を「ならす」(平す、均す)数量的規定性である。このときには、相対化された乖離は、 $i=1, 2, \dots, n-1$ について次のようになる。

$$\begin{aligned} R &= \frac{p_1 - q_1}{p_1} \\ R &= \frac{p_2 - q_2}{p_2} \\ &\vdots \\ R &= \frac{p_{n-1} - q_{n-1}}{p_{n-1}} \end{aligned}$$

52) Gini (1914), p. 1207.

所得分布の統計的計測にかんする諸見解—パレートからジーニまで—

これを変形すれば、次のようになる。

$$\begin{aligned} p_1 R &= p_1 - q_1 \\ p_2 R &= p_2 - q_2 \\ &\vdots \\ p_{n-1} R &= p_{n-1} - q_{n-1} \end{aligned}$$

この $(n-1)$ 本の式について辺々加えると、

$$(p_1 + p_2 + \cdots + p_{n-1})R = (p_1 - q_1) + (p_2 - q_2) + \cdots + (p_{n-1} - q_{n-1})$$

となり、これを整理すれば、集中比

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i)}{\sum_{i=1}^{n-1} p_i} \quad (9) \text{ [再掲]}$$

を得る。

この(9)式をもって、ジーニは第1の課題(関数関係を前提としない集中の測度の探求)への解答とした。ジーニは(9)式から、

$$R = 1 - \frac{2}{(n-1)A_n} \sum_{i=1}^{n-1} A_i \quad (10)$$

$$R = \frac{2}{(n-1)A_n} \sum_{i=1}^{n-1} (i-1)a_i - 1 \quad (11)$$

ただし、 n : 個体数 (項数)
 A_n : 強度の総和
 a_i : 個体の強度
 i : 個体を強度の昇順に並べたときの順位

を誘導した⁵³⁾。

さらに、(11)式から

$$R = \frac{1}{(n-1)A_n} \sum_{l=1}^s (i_{l-1} + i_l - 1)x_l f_{l-1} \quad (12)$$

ただし、 n : 個体数 (項数)

A_n : 強度の総和

s : 同一の強度をもつ個体のグループ数

i_l : 第 l 階級までの累積個体数

x_l : 第 l 階級における個体の強度

f_l : 第 l 階級における個体数 (度数)

を導出した⁵⁴⁾。そして、(12)式を用いて、1921年イタリア人口センサスの全数集計結果と(キエール流の代表法による)抽出集計結果を比較した⁵⁵⁾。

(2) 集中比の再定義

① ローレンツ曲線と集中比

集中比をローレンツ曲線と関係づけることが1914年論文の第2の課題であった。これについてジーニは、均等分布直線(45度線)とローレンツ曲線とに囲まれた面積 λ (ジーニの「集中面積」)と集中比 R との間に

$$R = \frac{\lambda}{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

という関係があることを明らかにした⁵⁶⁾。

(13)式は周知のことであるから、ここではローレンツが湾曲性という曲線の形状そのものに

53) Gini (1914), p. 1208.

54) Gini (1914), p. 1209.

55) Gini, C. e L. Galvani, "Di una applicazione del metodo rappresentativo all'ultimo censimento italiano della popolazione (1° dicembre 1921)," *Annali di Statistica*, Serie VI, Vol. IV, 1929, p. 15.

56) Gini (1914), p. 1234.

注目したのにたいして、ジーニはその曲線が形作る図形の面積に着目したこと、および、ローレンツ曲線による判断の主観性をジーニ係数の数値的特定で克服しようと試みたことを指摘するにとどめる。

なお、一般に見られるように(13)式を

$$R = 2\lambda \quad (13')$$

と変形して、 R を集中面積 λ の2倍であるとする説明⁵⁷⁾について述べておきたいことがある。所得分布が完全平等($\lambda = 0$)のときには、その分布は均等分布直線と一致する。そのとき、その直線を斜辺とし、縦横2本の軸を他の二辺とする直角二等辺三角形が描かれる。その三角形の面積は $1/2$ である。これにたいして、所得分布が不平等の場合には、 $\lambda > 0$ となる。このことに着目して、完全平等な場合($1/2$)を基準に不平等性を示す面積(λ)を相対化して測定したのが、集中比(ジーニ係数) R である。(13)式にはこのことが明確に現れており、ジーニの意図もまた(13)式で明らかになる。集中面積 λ の2倍がジーニ係数であると規定する(13')式は、実際にその値を計算するときには重宝な式ではあるが、(13')式を集中比の定義式とするならば、事柄の本質が見えにくくなるように思われる。

②平均差と集中比

ジーニは、集中比を考察する直前に「変動性

指数(indici di variabilità)」を研究し、そのなかで「平均差(differenza media)」を定式化した(1912年)。1914年論文における第3の課題はこの平均差と集中比との関係を明らかにすることであった。最後にこの論点を取り上げる。

ここに平均差とは、系列の各項の強度の対(a_i と a_j)にかんする強度の差の相加平均 Δ のことである。ジーニは、平均差 Δ を

$$\Delta = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} (n+1-2i)(a_{n-i+1}-a_i) \quad (14)$$

ともとめた⁵⁸⁾。

この平均差と先行研究との関連についてはH. A. デヴィッドによる指摘がある⁵⁹⁾。しかし、彼の見解にたいする検討は今後の課題とする。ここでは、平均差の概念そのものは一部の数学者によってすでに知られていたが、所得分布の研究への応用可能性を含めて「幅広く、体系的な論述」(リッチ)はジーニによるという指摘⁶⁰⁾が妥当であろうと言うにとどめ⁶¹⁾、話を集中比に戻す。

1914年論文で、ジーニは集中比 R が、強度の平均値 M_n の2倍と平均差 Δ [(14)式]との比率であること、すなわち

57) Pietra, Gaetano, "Delle relazioni tra gli indici di variabilità" *Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti*, Anno accademico 1914-15, Tomo LXXIV, Parte seconda, p. 780.

58) Gini, C., "Variabilità e Mutabilità, contributo allo studio delle distribuzioni e delle relazioni statistiche," *Studi Economico-Giuridici dell'Università di Cagliari*, Vol. 3, Parte seconda, 1912, p. 21f.

59) David, H.A., "Early Sample Measurement of Variability," *Statistical Science*, Vol. 13, No.4, 1998, p. 379.

60) Ricci (1916), p. 192.

$$R = \frac{\Delta}{2M_n} \quad (15)$$

であることを証明している⁶²⁾。(15)式によるジーニ係数の定義が取り上げられている論文として1936年のコールズ委員会でのジーニ報告⁶³⁾が挙げられることがある。確かにその報告書では、ジーニ係数がそのようにも定義されている。ここでは、ジーニ係数が初めて公表された

61) 19世紀誤差論はジーニの平均差の先行研究分野と見なされている。この分野における主要関連文献は次のとおりである。最後に掲げたツバーの論文を除いて、いずれも *Astro-nomische Nachrichten* に掲載されている。

Jordan, W., ① “Ueber die Bestimmung der Genauigkeit mehrfach wiederholten Beobachtungen einer Unbekannten,” Vol. 74, 1869; ② “Ueber die Bestimmung des mittleren Fehlers durch Wiederholung der Beobachtungen,” Vol. 79, 1872.

von Andrae, C.G., ① “Schreiben des Herrn Geheimen Etatsraths von Andrä an den Herausgeber,” Vol. 74, 1869 [von Andrae (1869)]; ② “Ueber die Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers durch die gegebenen Differenzen von m gleich genauen Beobachtungen einer Unbekannten,” Vol. 79, 1872.

Helmert, F.R., “Die Genauigkeit der Formel von Peters zur Berechnung des wahrscheinlichen Beobachtungsfehlers directer Beobachtungen gleicher Genauigkeit,” Vol. 88, 1876. ただし、この論文には次の2つが付加されており、とくに平均差との関連では②が重要である。① “Die Berechnung des wahrscheinlichen Beobachtungsfehlers aus den Quadraten der Verbesserungen directer Beobachtungen gleicher Genauigkeit und die Fechnersche Formel”; ② “Die Berechnung des wahrscheinlichen Beobachtungsfehlers

1914年論文で、すでに平均差によって集中比が定義されていることを指摘したい。

平均差 Δ の数理的意味を分かりやすく表記するためには、19世紀後半のデンマーク王国枢密顧問官C.G.フォン・アンドレの「三角表 (triangulære Tableau)」⁶⁴⁾が有効である。

フォン・アンドレの三角表では、 $a_j - a_i$ (ただし、 $a_i \leq a_j$) とおいた強度の差 (強度差) が重複することなく、すべてひとつずつ記載されるので、次のようになる。

$$\begin{array}{cccc} a_2 - a_1 & & & \\ a_3 - a_1 & a_3 - a_2 & & \\ a_4 - a_1 & a_4 - a_2 & & \\ \vdots & \vdots & \cdots & \\ a_n - a_1 & a_n - a_2 & \cdots & a_n - a_{n-1} \end{array}$$

この強度差($a_j - a_i$)の総和は $\sum_{i < j} (a_j - a_i)$ (ただし、 $i = 1, 2, \dots, n-1$; $j = i+1, i+2, \dots, n$)である。また、強度差($a_j - a_i$)の総個数は、 $(n-1) + (n-2) + \dots + 1$ であるから、 $\frac{n(n-1)}{2}$ である。したがって、強度差の相加平均は、

aus den ersten Potenzen der Differenzen gleichgenauer Beobachtungen.”

Czuber, Emanuel, *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf Fehlerausgleichung, Statistik und Lebensversicherung*, Leipzig 1903.

62) Gini (1914), pp. 1237ff.

63) Gini, C., “On the Measurement of Concentration with Special Reference to Income and Wealth,” *Abstracts of Papers presented at the Cowles Commission Research Conference on Economics and Statistics*, Colorado 1936, p. 77.

64) von Andrae (1869), p. 284.

$$\frac{\sum_{i < j} (a_j - a_i)}{\frac{n(n-1)}{2}} = \frac{2 \sum_{i < j} (a_j - a_i)}{n(n-1)}$$

むすび

である（厳密には上式の左辺はフォン・アンドレなどの誤差論研究者による定式化であり、右辺を平均差と規定したのはジーニである）。定義により、強度差の相加平均は平均差であるから、(14)式に示した平均差 Δ は、以上から、

$$\Delta = \frac{2 \sum_{i < j} (a_j - a_i)}{n(n-1)} \quad (16)$$

となる。

(16)式は集中比 R の数理的意味を明瞭にする。このことを説明するために、(15)式を変形して、

$$2R = \frac{\Delta}{M_n} \quad (15')$$

とする。

この(15')式によって、集中比 R の2倍は、2つの強度間格差（強度差）の（相加）平均 Δ にたいする強度の相加平均の倍率を示していることが分かる。たとえば、集中比 R が0.2だとすれば、それを2倍した0.4（ $=2R$ ）がその倍率になる。すなわち、平均的な強度間格差は強度の平均値の40%であることがわかる。所得分布における集中比が0.2のときには、全世界帯の平均年収が500万円だとすれば、その40%にあたる200万円が2世帯間の所得格差の平均値である。全世界帯の平均年収が同様の場合に、 $R=0.3$ のときには、平均年収500万円の60%（ $2R=0.6$ ）、すなわち300万円が2世帯間の所得格差の平均値となる。

19世紀中葉から20世紀にかけての世紀の転換点においては、資本主義諸国における生産力の飛躍的發展が、富（資本や所得など）の集積と集中をもたらした。また、その対極には貧困が集積・集中し、そのことが社会問題を生み出した。その解決方法はさまざまに論じられた。その論議は、資本主義社会の持続的發展可能性にも及んだ。このような社会関係のもとで、所得分布の統計的計測の問題を、初めて数学的な手法によって研究したのがパレートであった。

彼は、所得分布にたいして関数関係（パレート法則）をあてはめ、パラメータ α （パレート指数）によって、各国・各地域の所得分布を比較検討した。そして、 α の超時空的安定性を主張した。この見解は、社会は平等な所得分布へと向かうことはないが、そうかと言って、不平等性が強化される傾向にもないことを意味する。

このパレートの分析方法は、ベニーニを介してイタリアで受容されたが、 α の増減については、ベニーニはパレートとは正反対に解釈した。 α の減少が所得分布の不平等度の拡大（集中の強化）を意味するというベニーニの見解は通説となって、今日にいたる。

パレート法則が提示された当初から、それが高位と低位の所得層に適合しないことはパレートも自覚し、また他の論者もそれを問題視していた。このため、ベニーニによって導入されたパレート理論についてイタリアでは、①パレートの分布モデルの説明力と② α の解釈のほか、③所得分布の安定性と④ α の低感度が批判された。ジーニは、 α に代わる所得分布の計測

指標として集中指数 δ を考案した。 δ によってパレート理論の難点(上記①③④)は克服されるかに思われた。ところが、この δ もパレート指数 α と同様に、所得分布が関数関係で表現されることを前提としている。所得分布を関数関係で表せない場合に、いかにして所得分布の集中度を計測するかという問題が残された。

その間、アメリカとフランスでは、おそらく理論的な交流がないままに、所得分布を分析するための手法としてグラフ法が着目され、ローレンツ曲線が分析ツールとして地歩を占めるようになった。

このような理論状況のなかで、集中比 R (ジーニ係数)が1914年論文で発表された。このジーニ論文の主たる課題は、①関数関係にない所得分布の集中度の統計的計測指標としての R の提示、②ローレンツ曲線と R との数学的関係の解明、③集中指数の研究の直後にジーニが考察した変動性指数の一種としての平均差と R との数学的関係の解明であった。1914年論文ではこれらのすべての課題にたいする解答があたえられている。—以上が本稿の要約である。

ジーニ係数が所得分布の統計的計測において果たすと期待される機能については多言を要さない。本稿を終えるにあたって、ここでは今日でもジーニ係数が利用されている理由を考えてみたい。ローレンツ曲線は所得分布を明証的に示す。しかし、形状が似通った曲線の比較は、目視だけでは困難である。このようななかであって、ジーニは、ローレンツ曲線が形づくる集中面積 λ に着目し、所得分布の集中度の数値的比較を可能とする測度として集中比(ジーニ係数)を構想した。ところが、ジーニ係数の数値だけで所得分布を比較するとすると、それは一

種の総合指数であるために、その背後にあって、その指数が映し出すはずの社会の姿が見えにくくなる。それにもかかわらず、今日においても所得分布の統計的計測指標としてジーニ係数は群を抜いて採用されている。それは、ローレンツ曲線という表現手段に助けられているからである。ローレンツ曲線とジーニ係数は互いに補い合い、両者が対幅となって、所得分布の統計的計測をより具体的に可能にしていると言えよう。もとより、このことは、ローレンツ曲線とジーニ係数が所得分布研究のための方法として唯一のものであることを意味するものではない。ローレンツ曲線では、どの所得階級の人数(あるいはすべての所得階級の所得総額)も同率で変化するときの変化を検出できないなど、いくつかの特徴をもっている⁶⁵⁾。ジーニ係数もそのような性質を引き継いでいる。このことの中に、ジーニ係数だけでは把握されない所得分布の統計的計測指標がさらに開発・研究される余地がある。

— 2005年9月29日受領 —

65) ①Dasgupta, Partha, Amartya Sen and David Starrett, "Notes on the Measurement of Inequality," *Journal of Economic Theory*, Vol. 6, 1973, p. 184; ②豊田 敬「所得分布の不平等度：不平等度の比較と尺度」『国民経済』第134号 1975年; ③高山(1980), p. 470f.