アーサー・ケイリーと複式簿記の絶対的完全性について

井　尻　雄　士

このたび田中章義先生のご退任記念論文集に執筆のご招待をいただいた。先生が『インタビュー：日本における会計学研究の発展』の編集をされたさい，12 人の著名な先生がたの一員にくわえていただき，陣内良昭教授と伊藤邦雄教授のインタビューをピッツバーグでうけたのは 1988 年 3 月であった。いま読み返してみて当時をなつかしく思うとともに，とくに三人の先生がたのご努力にあらためて感謝もうしあげる次第である。

さて田中先生のご退任にあたりどのような問題がふさわしいかと考えた結果,『アーサー・ケイリーと複式簿記の絶対的完全性について』というテーマで考えてみてはどうかと思った。このことについて何十年もまえから考えていたが，昨夏ようやく満足だといえそうな結論ができたように思うので，『量子情報と会計情報：その顕著な特徴と概念的応用』(Quantum Information and Accounting Information: Their Salient Features and Conceptual Applications) を 5 人の共著で執筆したさいそのなかに含めることにした。このへんの方法論的なことをお伝えしたいと思うのである。なにしろ特殊なテーマなのでごく小文のものしか書けないが，1961 年から考えつづけた難問で『解けた』と思ったときのよろこびは特別のものがあり，自分としては愛着のつよい難問だったのである。

まずアーサー・ケイリー（Arthur Cayley）の紹介であるが，このイギリスの数学者は，イギリスの純粋数学の基盤をつくるのに大きな貢献をなしたひとだといわれている。また行列の代数を展開し，それが量子力学で必要不可欠な役割をし，ドイツの物理学者ワーナー・ハイゼンバーグなどが利用した。しかも複式簿記にもおおきな関心をもち，1895 年に死亡する 1 年まえに複式簿記の小冊子（The Principle of Book-keeping by Double Entry）をケンブリッジ大学出版局から出版したのである。その序文にこう書いている。「複式による簿記の原則は数学的に決して面白くないとはいえない理論がふくまれている。それはユークリッドの比率の理論とおなじように絶対に完全なもので，それが極端に単純化されたものになっているから，それほど興味をもてるようにみえないのである」とかれはいっている。ここはたいへん大事なところなので，原文をここにかかげておく。(The Principles of Book-keeping by Double Entry constitute a theory that is mathematically by no means uninteresting: it is in fact like Euclid's theory of ratios an absolutely perfect one, and it is only its extreme simplicity which prevents it from being interesting as it would otherwise be.)

私がはじめてこの文献を知ったのは恩師ウイリアム・クーパー教授の勧めによるもので，1961年の春ごろにピッツバーグの市民図書館でようやく見つけることができた。複式簿記が「絶対に完全」というケイリーの文章にはおったまげてしまった。しかも「比率の理論と同じように複式簿記も絶対に完全」というのだから，そういう完全なものが2つもあるというので，少し眉唾ものではないかとも思った。それにしてもイギリスの数学界の第一人者ともいうべき著名人が出鱈目をいうはずはないとも思った。それ以来，複式簿記とはなんとすばらしいものかと，自分に思いきかせるようになった。しかし本当にその理由をしっかり説明できるかというと，けっしてそうではなかった。それにしても高校いらいならってきた簿記にそれほどすばらしいものがあったのかとあらためて敬意を表したくなるくらいであった。

それにしても，どうしてケイリーは「なぜ」ということを説明しないであの世にいってしまったのだろうかとおもった。そのうちに彼の書いた本をすべてしらべてみたくなった。どこかに正解がかくされているのではないか。幸いピッツバーグの市民図書館でケイリーの14巻の著書がまとめて出版されたのがあった。これでもこれを逐一検討するのは膨大な仕事だと思った。しかし図書館でしらべはじめてみると第14巻がすべて索引でなっているのに気がついて，うれしかった。これなら「簿記」または「複式簿記」でしらべれば，数時間で追跡できるのではと思った。その追跡はできたのだが，成果はなかった。うえにのべた小冊子いがいはほとんど索引には出てこなかったからである。それでも2つ3つあったのはケイリーのやったスピーチなどからできた論文にでているのが多かった。

ところで『量子情報と会計情報』を2005年の夏にまとめ，駒沢大学ではじめての発表をすることになった。そのためにももう一度なんとか解けないかと別の面から考えてみることにした。それはケイリーが，「複式簿記は絶対に完全」といったのではなく，ユークリッドの比率の理論と同じように絶対に完全といっているのである。したがってケイリーはまるで，ここまでおいでといっているようで，「複式簿記は絶対に完全」ということだけで正解がわかるならいいが，わからないときはユークリッドの比率の理論をしらべれば正解に達するかもしれないよ，といわれているようである。

それならというわけで，ユークリッドの「要素」(Elements) を読んでみることにし，カーネギーの図書館でトーマス・ヒースの編集による「ユークリッドの要素，全13巻」というのを引っ張り出して，比率と関連のありそうな，第2巻，第5章と第7章を全部コピーしてきた。それを日本にもってかえり，発表が予定されている6月26日の祝賀会までの期間にともかく全部理解できるようになりたいと思った。

しかしこれはすっかりあてがはずれてしまった。ボリュームが大きいのとエレガントな方程式がたくさんありすぎて，絶対に完全というのはどのへんをさがせばわかるのか，もっと高い抽象的なレベルでの話しなのか，すっかり森のなかで道にまよったような感じに

なった。これはもうふりだしにもどして考えなおそうと思った。こういうことはよくあることなのでまたサーチのストラテジーを考えなおすことにした。つまり焦点をケイリーの美的感覚におこうと思った。かれはどういう美しいものにであったときに，これは絶対に完全というのか。考えてみた。もちろん「完全」ということばを美的完全と解釈することを前提としている。そこで条件をしぼって無数ともいえる方程式を片っ端からしらべてみては，と思った。しかしそれでも膨大なものである。そこで美的感覚をケイリーのそれから物理学者のそれにうつしてみた。物理の本は量子力学の勉強でたくさんかってある。そのなかでとくに美ということばがたくさんでてくるのは，1961 年にノーベル物理学賞をとったリチャード・ファイマンである。かれの本には対称形（symmetry）をたたえる言葉がたくさんでてくる。それとともになにかユニークなものがあるとたいへん尊重する。こういうふうにいろいろな面から美的感覚の発祥地を頭にいれてもう一度ケイリーにもどってみることにした。

ケイリーの重要な業績のひとつは行列代数である。まえにものべたように量子力学では行列は欠くことできないものである。そこでもしかれの業績である行列代数が比率の理論となんらかのかたちで結びつけられるとしたら，どういうふうにむすびつくのだろうか？これはなんだか回り道をしているようだがそうではない。行列と比率がエレガントに関連つけられれば，ケイリーが熱狂するのもむりがない，といったようなものができるのではないか。とくにそれにユニークさ，つまりほかの行列や比率には見当たらないユニークなものがエレガンスの二乗にも三乗にもなってうまれてくるのではないか。もしそういうのがあるとすれば，なんだろうか。

ここでひとつたいへんユニークな行列があるのは知っていた。それは正方行列の行を第１行，第２行，....とし列も第１列，第２列，....とする。そして行も列もその番号はともに無限につづく自然数でつけられているとする。そこで第 m 行，第 n 列のセルの数字は m/n ときまる比率行列である。一例は下記のとおりである。

第１図　比率行列

列 / 行	1	2	3	4	…
1	1/1	1/2	1/3	1/4	
2	2/1	2/2	2/3	2/4	
3	3/1	3/2	3/3	3/4	
4	4/1	4/2	4/3	4/4	
⋮					

この行列のユニークな点はすべての正の有理数Q = m/n はかならず第m行，第 n 列にあらわれるからである。ただし同じ有理数が重複してあらわれる（たとえばななめの数は 1/1 2/2=3/3=1 と重複されるがそれは差し支えないものとする）。すると第１図は行列と比率が融合して存在しておりしかも，行列がすべての有理数を含んでいるというエレガンスがある。

こうなると複式簿記の行列はおなじようなエレガンスができないか，と期待される。それを第２図で検討したい。

第２図　複式簿記行列

借方＼貸方	1	2	3	4	…
1	1|1	1|2	1|3	1|4	
2	2|1	2|2	2|3	2|4	
3	3|1	3|2	3|3	3|4	
4	4|1	4|2	4|3	4|4	
⋮					

第２図は第１図にある割り算の斜めの記号のかわりに縦の棒におきかえられている。そして棒の左は借方勘定番号，右は貸方勘定番号をあらわしている。第１図と比較すると，第m行，第ｎ列のセルの数字はm/nという有理数をあらわしているのにたいして，第２図では，第m行，第ｎ列のセルは借方，勘定番号m，貸方，勘定番号ｎ，の仕訳をしめし，その交点にあるセルの数字（ここでは示されていないが）は仕訳の取引額をあらわしている。

こうかんがえるとケイリーが比率理論と複式簿記とを同列にならべて「絶対に完全なもの」といった理由もわかってくるように思える。比率行列と複式簿記行列のあいだには，あきらかに形式上の同型写像（isomorphism）があり，それをどう解釈するかは，読者にまかされているようである。比率理論と簿記理論という表面上まったく関係のないように思われるものがあきらかな同型写像が『解けた』とさけんでいるようである。というのは，両理論を結びつけるこれほどのつよい行列のきずなはなかなかかんがえられるものではない。

こうしてみると，ケイリーがあれほどつよく「絶対に完全」と宣言した自信がどこからうまれたがわかってくるようである。それは数学者にとってどうまげることもできない必然の道だったのだと思える。エレガンスという点で比率理論と複式簿記理論がこういう深いところでかみあっており，それが自信をつよくしたものと思われるのである。

なお第２図の複式簿記行列は，会計実務ではスプレッド・シート（spread sheet）ということばがよくつかわれている。その用語を会計にはじめて導入したのは，うえにのべた恩師ウイリアム・クーパーである。かれはその恩師にあたるエリック・コーラーのアシスタントとして『会計人のための辞書』(Dictionary for Accountants）の第１版以来，その準備に協力したことが，序文にコーラーの謝辞としてのせられている。なお複式簿記行列は各取引が３勘定以上を含む複合取引であるばあいには，ふたつまたはそれ以上の単純取引に分割する必要があるが，これはおのおの比例的に分配すればいい。たとえば４千万円の土地と６千万円の建物を買って半分は現金，あとは借入金ではらったとするとつぎの４つの単純取引となる。

借方	土地	2000	貸方	現金	2000
借方	土地	2000	貸方	借入金	2000
借方	建物	3000	貸方	現金	3000
借方	建物	3000	貸方	借入金	3000

それでもまだ比率理論と簿記理論をくっつけた上記の見方に，文句をつけようとおもえばそれは可能である。たとえば比率行列はその行と列が自然数の１からはじまって無限にのびていくのに，複式簿記行列は，企業の勘定科目数が有限なので実務の面から見ると有

限である。しかしそれを実務からさらに抽象化したレベルで，無限複式簿記行列を考えようとするのはまったく問題はない。むしろ無限が原則で，有限は例外とみる見方もあることは，利息計算で無限年金（perpetuity）を基礎にかんがえ，有限年金はふたつの無限年金の差とみると簡単に説明ができることからもあきらかである。

さらに比率行列はそのおのおのの数字が有理数であるのに，複式簿記行列では勘定科目番号という背番号でしかない。測定論からみるとレベルの一番低い，名目数（nominal numbers）になっている。勘定科目をユニークにきめるだけでその間の関連など問題にされないからである。それでも第 2 図でしめされているように取引のすべてがこの行列によってネットワークをなして閉集合として整理されていることは大いにみとめられるべきで，この点各勘定がまったく独立になんの規則性もない単式簿記とのちがいは歴然としていて，そこをケイリーは，絶対に完全といって賞賛していることはあきらかである。

ここで比率行列と複式簿記行列との同型写像に，ケイリーの「絶対的完全性」の根拠があることをしめし，これによってなるほどとケイリーの宣言が理解できるのではないかと思うわけである。もしこの解釈に不満のあるひとは，英国数学界の大御所たるケイリーが，複式簿記に異常なまでの愛着をしめし，それを賞賛しているのであるから，それにはかならず何か根拠があるはず，と考えるべきである。その考えから「絶対的完全性」をみると，比率行列と複式簿記行列からなる上記の説明は説得力があるように思われる。ただ統計の仮説検定とおなじで仮説がまちがっていないという判定ができるのみで，けっして仮説が正しいという判定はできないことは，本人が亡くなったケイリーの場合にもあてはまる。要は上記の説明で不満のあるひとは，上記の説明よりあきらかに優れた説明ができるか，ということにかかっておりその立証責任は不満のあるひとに移ることは当然ながら理解されたいと思うのである。

ピッツバーグにて（2005.10.03）

―― 2005 年 10 月 3 日受領 ――