

# EOQ 型リバースロジステックスシステムにおける 製造リサイクル方策

若尾良男

## 1. はじめに

リバースロジステックスの問題は、資源の有効利用、無駄な廃棄物の減少、環境に対する関心が高まるとともに、最近、注目を集めてきている。従来のロジステックスは、原材料の調達、製造、在庫、そして市場への投入という一方向のフローをもつ一連の過程からなっているが、リバースロジステックスでは、この過程とともに、さらに市場から再利用可能な資源を回収し製造過程に戻すという、“リバース (reverse)” の方向のフローを形成し、再利用可能な製品や材料を再生する過程を含んでいる。製品や材料の再生は、新規に調達する材料の必要性を減らし、無駄を避け、さらに、費用を減らし、環境的にフレンドリーなイメージを得るといった社会的な評価が期待されている。環境意識は企業がそのような製品再生システムを始めることを要請している。

製品や材料の再生には、直接再利用 (direct reuse)、修繕 (repair)、再製造 (remanufacturing)、リサイクル (recycling) に大別される。直接再利用は、瓶、パレットのような再利用可能なパッケージの形で戻される。修繕は中古製品を動作可能な状態に戻し、‘稼動状態’に故障した製品を戻すことが主眼となるが、品質の劣化があるであろう。再製造は中古製品を解体・オーバーホール、部品交換などによって新規製品と同じ品質に戻すことである。リサイクルは価値ある材料に戻し、材料が元のどのよう製品構造にも依存せず、元の材料と同じ品質を保持する形で再生することである。

リバースロジステックスに対する問題に関して多くの関心が寄せられている。この分野における確定的な経済的発注量 (EOQ: economic order quantity) 型のリバースロジステックスモデルは、Schradley (1967) によって古典的な EOQ モデルから導かれ始めて分析された。彼は一定の需要率と回収率と外部発注と再製造に対する固定リードタイムを仮定して、1つ以上のリサイクリング/リペアサイクルと1つの生産/調達サイクルを持つモデルを調べ、発注と再製造過程に対する固定セットアップ費用とサービス可能と回収された製品の在庫に対する線形保持費用からなる費用を考え、需要をできる限り回収された製品からまかなう固定ロットサイズを持つ最適ロットサイズを求めた。しかし、そのモデルは廃棄を認めていなかった。Nahmias と Rivera (1979) は有限な修理率の場合にこのモデルを一般化し、最適な修

理と調達バッチを求めた。しかし、以上の研究では、最適な利用・回収率を考慮せず、すべて回収された製品は再利用可能であった。

Richter (1996a) はEOQの枠組みで、中古品を回収し、ある率によって修理または廃棄する状況で確定的で一定な需要率を持つモデルでの最適な廃棄率を考察した。また、Richter (1996b) は同様の状況で生産と修理に対する可変のセットアップ数の問題を研究した。Richer (1997) は廃棄率が決定変数の場合の最適在庫方策を調べ、最適方策が廃棄なしですべての品目を再利用するか、またはすべての品目を廃棄して新しく製品を生産するというパンパンの性質を持つことを示した。Teunter (2001) は、Schradleyモデルを回収品の廃棄を考え、再利用可能品の在庫保持費用と製造品の在庫保持費用とが異なる場合に拡張し、最適な再生品バッチサイズと製造バッチサイズを求めた。Koh等(2002) はリサイクル品と新規購入品によって需要を満たすようなEOQ・EPQ (economic production quantity) モデルを考え、新規購入品のEOQと再生品の最適在庫レベルを求めた。

RichterとDobos (1999)、DobosとRichter (2000) は修理率と対をなす廃棄率を決定変数とするモデルを導入し、廃棄率に依存する修理および生産の最適バッチ数を考えた。DobosとRichter (2003) は、回収された製品が廃棄される場合を含み、リサイクルロットと生産ロットが一つの場合で、利用可能な製品の在庫費用と利用不可能な製品の在庫費用を考え、在庫保持費用と廃棄費用、さらに、リサイクル費用、生産費用、買戻し費用を持つ費用関数を導入したEOQモデルで表される生産リサイクルシステムが考察された。買戻し率および再利用率と最適生産在庫方策との関係を考察され、生産するかあるいはリサイクルするかという純粋方策、または、それらの混合方策が最適であることを示し、ある環境において純粋な方策より混合方策のほうが有利であることを示した。これはRichter (1997) によって示された最適方策を支持した。さらに、DobosとRichter (2002, 2004a, b) では、事前に指定された複数の再利用ロットと新規製造ロットを扱う生産リサイクルシステムに拡張され、DobosとRichter (2006) では、従来のモデルを品質管理に関連付けた。Hwang等(2005) は顧客から一定の割合でリサイクル可能な材料が戻るリサイクルシステムの在庫管理を考え、総費用を最小にする最適なロットサイズとセットアップの回数を求めた。

在庫管理の古典的な手法として、在庫保持費用と発注費用の総費用を最小にして得られる経済的発注量 (EOQ) が有名である。このEOQを生産量と結びつけたものとして経済的生産量 (EPQ) があり、一般的には、製造のセットアップ費用と完成品の在庫保持費用からなる総費用を最小にする製造量またはロットサイズが求められる。リサイクルを考える場合、市場から中古品を回収する費用や新規の原材料と同等な品質にするための費用を誰が負担するかが問題となろう。企業が環境問題、特に資源の有効利用を考えるならば、リサイクルシステムも生産システムの一部として含まれ、生産費用の一部としてリサイクルシステムに関わる費用も組み込まれることが望ましいかもしれない。

そこで、本論文では、Dobos・Richter モデル (1999, 2002, 2003, 2004a, 2004b) を適用して、回収されたりサイクル可能な中古品の貯蔵施設での貯蔵を許し、製品の貯蔵と回収品の貯蔵に関わる保管費用とともに、回収費用、廃棄費用、製造費用とリサイクル費用を考える。そして製造費用は新規の材料の調達費用を含み、リサイクル費用には回収品を新規材料と同じ品質を持つようにするための処理費用も含む場合を考える。これらの費用項目の総和としての総費用の下で、総費用を最小にする新規材料による製造量とリサイクルによる製造量を決定し、リサイクル可能な中古品からどのくらいの割合でそれらを製造工程に回すかの最適なリサイクル率を求めることを考える。また、Dobos・Richter モデルではリサイクル品を利用した製造が終了すると製造を中断して在庫に回し、それがなくなると新規の原材料による製造が開始する製造方式である。この論文では、リサイクル品を利用した製造が終了しても引き続き新規の原材料による製造が開始する製造方式も考える。最後に、リサイクルシステムを導入する費用的な条件を導出する。

## 2. リサイクルシステム

### 2.1 リサイクルシステムの概要

ある一種類の商品に対して製造し、市場に供給し、連続的に中古品を回収し、リサイクル可能な回収品とリサイクル不可能な回収品に分けられ、リサイクル可能な回収品は製造工程へ回すために貯蔵施設に蓄えられ、リサイクル不可能な回収品は廃棄されるという、製品在庫施設と、回収品貯蔵施設の2つの貯蔵施設を持つリバースロジスティクス (Two-store Reverse Logistics) モデルを考える。この論文では、原材料を加工して製品を製造する生産とリサイクル品を利用して製造する生産がどのような条件のときに費用的に有利かを調べてみる。

製品は、1つの製造・在庫サイクル期間  $T$  (time) の間に、需要率  $D$  (units/time) の市場の需要をまかなうために、まず、市場から回収されたりサイクル品を利用して製造率  $R$  (units/time) で製造し、それでまかないきれない場合は、さらに、原材料メーカーから調達した原材料を利用して製造率  $P$  ( $P > D$ ) (units/time) で製造し、第1の貯蔵設備の製品在庫施設に保存される (第1の貯蔵施設での製品の正味在庫量を  $i_1$  とする)。保存された製品は第1の貯蔵の製品在庫から市場に需要率  $D$  (units/time) で投入される。市場に出回った中古品は回収率  $a$  ( $0 < a < 1$ ) で回収される。その回収品は第2の貯蔵施設に貯蔵され、その回収量は  $aDT$  (units) となる (第2貯蔵施設の貯蔵量を  $i_2$  とする)。ここで、回収品はリサイクル可能率  $\delta$  ( $0 < \delta < 1$ ) で再利用可能なリサイクル品とリサイクル不可能な廃棄物とに分けられる。すなわち、市場からの回収品  $aDT$  (units) は  $1 - \delta$  の割合で廃棄処分されるものとする。一方、再利用可能なリサイクル可能品  $\delta aDT$  (units) は、リサイクル率  $\varphi$  ( $0 < \varphi < 1$ ) の割合

で需要に合うように再利用のリサイクル品  $\varphi \delta a DT$  (units) として製造工程に回され、残り  
のリサイクル可能な回収品  $(1-\varphi) \beta a DT$  (units) はそのまま貯蔵されるとする。製造工程  
では、まず再利用可能なリサイクル品のロットから利用し、次に調達した原材料ロットを利  
用するものとする。費用的に見合うならばできるだけ、リサイクル品を利用することの方が  
今日的であろう。本論文では、リサイクル品による製造終了後、製造を中断して製品を需要  
に回し、在庫がなくなれば、新規原材料による製造を行うという Dobos・Richter モデル  
(1999, 2002, 2003, 2004a, 2004b) と同様なリバースロジステックスシステム (モデル I) と、  
リサイクル品による製造終了後製造を中断せず、連続的に製造するリバースロジステックス  
システム (モデル II) を考える。

また、Dobos・Richter モデルでは、生産費用、リサイクル費用、買戻し費用、廃棄費用を  
考えているが、最適生産リサイクル期間を求める際に採用された総費用は在庫費用とセット  
アップ費用しか考えていない。また、市場からの回収率  $a$  と回収品をリサイクルする率  $\delta$  の  
費用最小の最適値を同時に求めようとしているが、必ずしも、回収率  $a$  はコントロールでき  
ない。また、このモデルでは回収品が生産に再利用されるか、そうでなければ廃棄されると  
仮定している。しかしながら、リサイクル可能な回収品すべてがリサイクルに利用されると  
は限らない場合もあり、第 2 貯蔵施設でリサイクル可能な状態で保存しておく場合がある。  
そこで、第 2 貯蔵施設に貯蔵されるリサイクル可能な回収品の中で廃棄されずに再利用可能  
なりサイクル品として利用される率 (リサイクル率) を合理的に考えることも意味があろう。  
このため、製造工程では、新規に原材料を調達して製造する場合とそれと同等の品質を持つ  
再利用可能なリサイクル品を利用する場合の併用を考える製造を仮定する。

なお、本論文で考えるシステムパラメータは

●環境パラメータとして、

- ・中古品の回収率：  $a$  ( $0 < a < 1$ )、
- ・回収品からのリサイクル可能率：  $\delta$  ( $0 < \delta < 1$ )、
- ・再生可能品から製造工程に回されるリサイクル率：  $\varphi$  ( $0 < \varphi < 1$ )、

●生産パラメータとして、

- ・需要率  $D$  ( $> 0$ )、
- ・リサイクル品を利用した製造率  $R$  ( $> 0$ )、
- ・原材料を利用した製造率  $P$  ( $> 0$ )、

●費用パラメータとして、

- ・製品を第 1 貯蔵施設で貯蔵保管するため在庫保持の 1 単位当たりの費用：  $h_1$  (¥/unit)
- ・再利用可能なリサイクル可能品を第 2 貯蔵施設で貯蔵するための 1 単位当たりの費  
用：  $h_2$  (¥/unit)
- ・原材料メーカーから調達した原材料を用いて製造するための 1 単位当たりの費用：  $c_p$

(¥/unit)

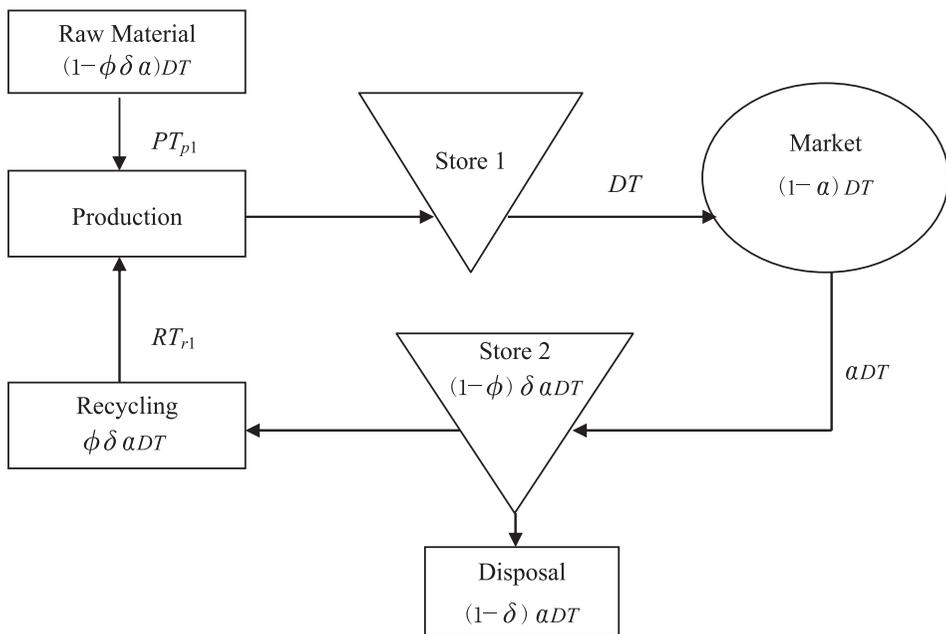
- ・再利用可能なりサイクル品から調達した原材料品と同等の品質を持つようにするための、リサイクル品に対する処理に伴う 1 単位当たりの費用： $c_r (> ca)$  (¥/unit)
- ・市場からリサイクル可能な回収品を回収するための 1 単位当たりの費用： $c_c$  (¥/unit)
- ・リサイクル不可能な回収品を廃棄し最終処理するための 1 単位当たりの費用： $ca$  (¥/unit)

である。

## 2.2 モデルの仮定

- 単一の製品を扱う。
- 製造はロットまたはバッチで行われる。
- 製品は製造されるとともに在庫，需要に回される。
- 製造が終了すると，在庫から需要に回される。
- すべてのパラメータは一定で既知である。
- 製造率 (units/time) は需要率 (units/time) より大きい ( $P > D$ )。
- リサイクル率 (units/time) は需要率 (units/time) より大きい ( $R > D$ )。
- 品切れ損失は考えない。

図 1 製造・リサイクルシステム



- 購入と製造リードタイムはゼロとする。
- 原材料の製造ロットと発注ロットはすべて等しいサイズである。
- リサイクル材料は市場から固定された既知の率で回収される。
- 利用可能なリサイクル品は外部から調達する原材料と同等の品質を持つ（このとき同等の品質を持つために回収された中古品に何らかの処理がかかり、処理費用（リサイクル費用）がかかる）。
- 廃棄時間は回収時間の中で考える（廃棄時間は実質考えない）。
- 製造工程の製造能力は需要率に完全に合致している。

### 2.3 モデル I のサイクル時間

製造・リサイクルシステムにおいて、モデル I における製造・リサイクル時間  $T'$  は、リサイクル品を利用して製造する製造時間  $T'_{r1}$  ( $\varphi \delta a DT'/R$ )、この期間に製造された製品が必要に回される時間  $T'_{r2}$  ( $(R-D) \varphi \delta a DT'/R$ )、材料メーカーから新規に調達した原材料を利用して製造する製造時間  $T'_{p1}$  ( $(1-\varphi \delta a) DT'/P$ )、そしてこの期間に製造された製品が必要に消費される時間  $T'_{p2}$  ( $(P-D)(1-\varphi \delta a) T'/P$ ) からなる。ここで、 $T'_r = T'_{r1} + T'_{r2}$  をリサイクル製造時間、 $T'_p = T'_{p1} + T'_{p2}$  を新規原材料品による製造時間ということにする。この状況を第 1 の貯蔵施設の製品在庫の在庫量の推移を示したのが図 2 である。この図で、A の部分は第 1 貯蔵施設でのリサイクル品による製造時間での在庫量の変化、B の部分はそれで製造された製品が必要に回される際の在庫量の変化、C の部分は新規原材料による製造時間に製造された製品の在庫量の変化、D の部分はその製品が必要に回される期間の在庫量の変化を示している。 $I'_{RM}$  はリサイクル品による製造による最大在庫量を表し、 $I'_{PM}$  は原材料品による製造による最大在庫量を表す。図 3 は第 2 の貯蔵施設のリサイクル品の在庫量の推移を示し、図中の E の部分は第 2 貯蔵施設でのリサイクル品による製造時間でのリサイクル可能品

図 2 モデル I における第 1 貯蔵施設での製品在庫量の推移

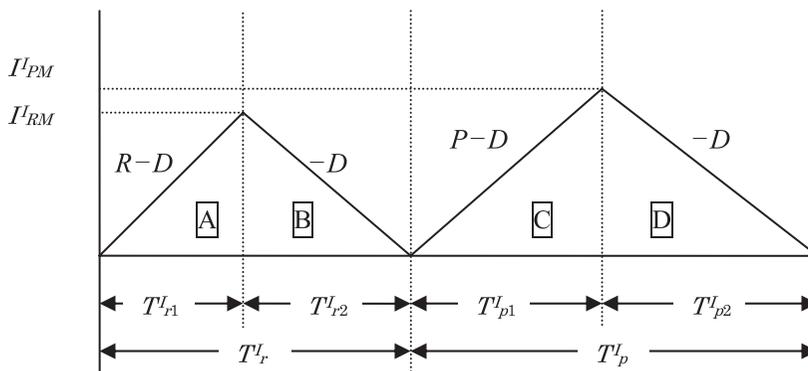
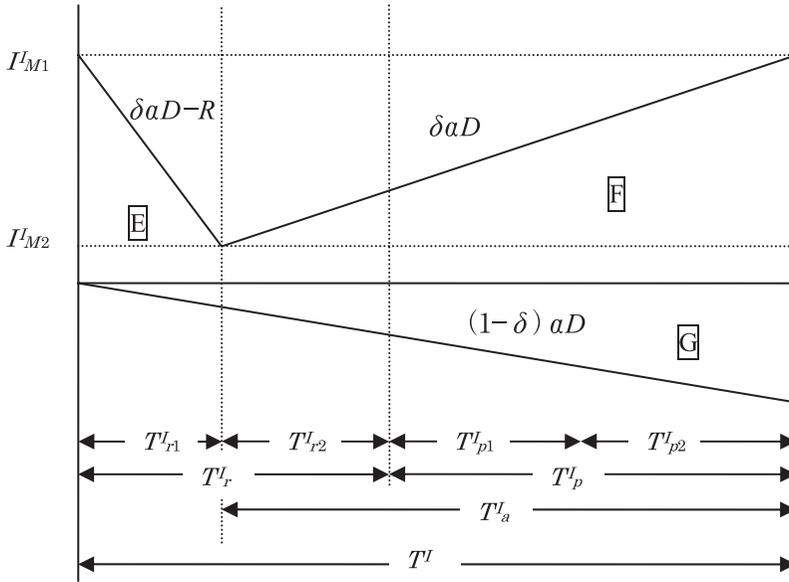


図 3 モデル I における第 2 貯蔵施設でのリサイクル可能品と廃棄品の在庫量の推移



の在庫の変化を表し、F の部分は市場から回収されるリサイクル可能品の在庫の変化を表している。 $I_{M1}$  は再利用可能なりサイクル可能品の最大在庫量を表し、 $I_{M2}$  はリサイクル可能品の最小在庫量を示している。図中の G 部分は廃棄物量を示している。

### 2.4 モデル II のサイクル時間

モデル II では、モデル I でのところ考えたりサイクル品を利用して製造する製造時間  $T'_{r1}$  に製造された製品が需要に回される時間  $T'_{r2}$  を考えないので、モデル II での製造・サイクル時間  $T''$  は、リサイクル品を利用して製造する製造時間  $T''_r$  (これをリサイクル時間とする)、材料メーカーから調達した原材料を利用して製造する製造時間  $T''_{p1}$  とこの期間に製造された製品が需要に消費される時間  $T''_{p2}$  からなるとする。ここで、 $T''_p = T''_{p1} + T''_{p2}$  を製造時間ということにする。モデル II について、第 1 貯蔵施設の製品在庫の在庫量の推移を示したのが図 4 であり、図中の  $I''_{RM}$  はリサイクル品による製造による最大在庫量を表し、 $I''_{RM}$  は原材料品による製造による最大在庫量を表す。図 5 は第 2 の貯蔵施設のリサイクル品の在庫量の推移を示し、 $I''_{M1}$  は再量可能なりサイクル品の最大在庫量を表し、 $I''_{M2}$  は再量可能なりサイクル品の最小在庫量を、図中の P 部分は廃棄物量を示している。

図4 モデルIIにおける第1貯蔵施設での製品在庫量の推移

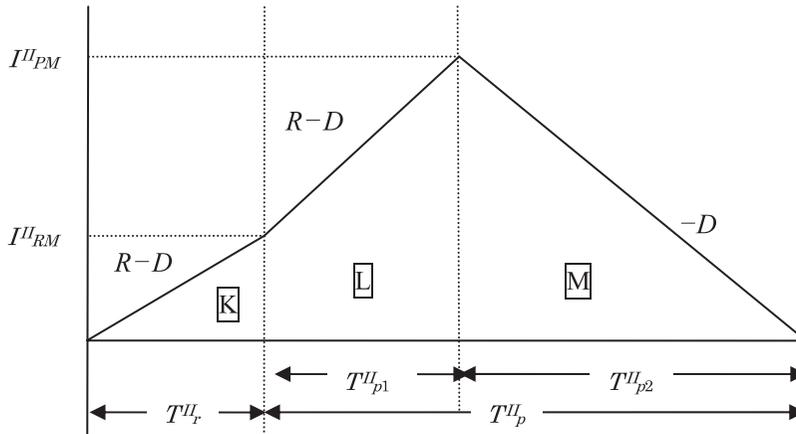
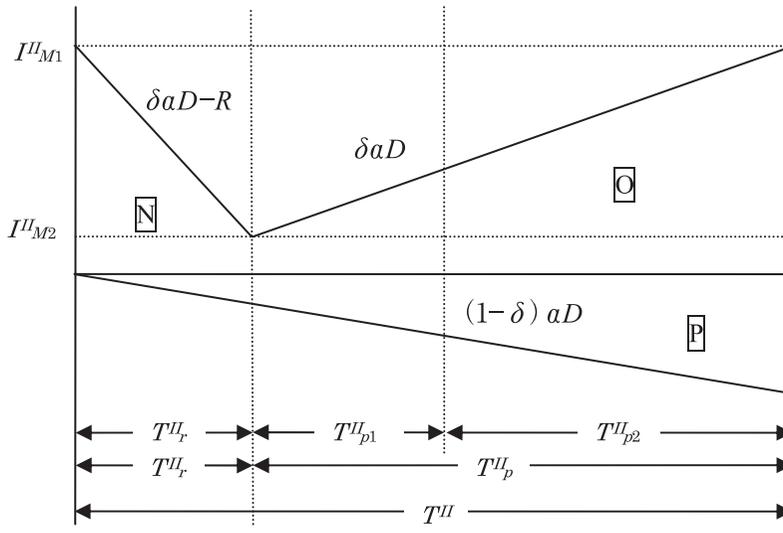


図5 モデルIIにおける第2貯蔵施設でのリサイクル品の在庫量と廃棄品の推移



## 2.5 モデルIの費用項目

前述の費用パラメータを用いて、モデルIの製造・リサイクルシステムにかかわる以下のような費用項目を考える。

- (1)  $C_{h1}$  (¥ × time) : 製造・リサイクル時間中の第1貯蔵施設における在庫保持費用

$$C_{h1} = (I_A + I_B + I_C + I_D) \times h_1 \quad (1)$$

ここで、 $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ ,  $I_D$ は、それぞれ、図2における第1貯蔵施設でのリサイクル品による製造時間における製品の在庫量、その製品が需要に回される期間の在庫量、新規原材料によ

って製造された製品の在庫量，その製品が需要に回される期間の在庫量を示し，次のように表せられる。

$$I_A = \frac{(R-D)D^2}{2R^2} \varphi^2 \delta^2 \alpha^2 T^{I2} \quad (2) \quad I_B = \frac{(R-D)^2 D}{2R^2} \varphi^2 \delta^2 \alpha^2 T^{I2} \quad (3)$$

$$I_C = \frac{(P-D)D^2}{2P^2} (1-\varphi\delta\alpha)^2 T^{I2} \quad (4) \quad I_D = \frac{(P-D)^2 D}{2P^2} (1-\varphi\delta\alpha)^2 T^{I2} \quad (5)$$

(2)  $C_{h2}$  (¥ × time) : 製造・リサイクル時間中の第 2 貯蔵施設における在庫保持費用

$$C_{h2} = (I_E + I_F) \times h_2 \quad (6)$$

ここで， $I_E$  は図 3 における第 2 貯蔵施設でのリサイクル時間でのリサイクル可能品の在庫量であり， $I_F$  は市場から回収されるリサイクル可能品の在庫量を示し，以下のように表わすことができる。

$$I_E = \delta\alpha DT^{I2} - \varphi\delta\alpha DT^{I2} + \frac{(R-\alpha D)}{2R^2} \varphi^2 \delta^2 \alpha^2 D^2 T^{I2} \quad (7)$$

$$I_F = \frac{D(R-\varphi\delta\alpha D)^2}{2R^2} \delta\alpha T^{I2} \quad (8)$$

(3)  $C_p$  (¥ × time) : 製造・リサイクル時間中に新規原材料を用いて製造するための費用

$$C_p = \frac{c_p D^2}{2P} (1-\varphi\delta\alpha)^2 T^{I2} \quad (9)$$

(4)  $C_r$  (¥ × time) : 製造・リサイクル時間中にリサイクル品を製品とするための費用

$$C_r = \frac{c_r D^2}{2R} \varphi^2 \delta^2 \alpha^2 T^{I2} \quad (10)$$

(5)  $C_d$  (¥ × time) : 製造・リサイクル時間中に回収品を廃棄し最終処理するための費用

$$C_d = I_G c_d = \frac{c_d D}{2} \alpha (1-\delta) T^{I2} \quad (11)$$

(6)  $C_c$  (¥ × time) : 製造・リサイクル時間中に市場から中古品を回収するための費用

$$C_c = \frac{c_c D}{2} \alpha T^{I2} \quad (12)$$

(7)  $C_s$  (¥ × time) : 製造・リサイクル時間中にリサイクル品による製造から製品製造への切り替えをするときのセットアップ費用

$$C_s = c_s \quad (13)$$

これらの費用項目から，モデル I の単位時間当たりの総費用  $C^I$  ( $\varphi$ ,  $T^I$ ) は次のように表せる。

$$\begin{aligned}
 C^I(\alpha, \delta, \varphi, T^I) &= (C_{h1} + C_{h2} + C_p + C_r + C_c + C_d + C_s) / T^I \\
 &= h_1 \left( \frac{D(R-D)}{2R} \right) (\varphi \delta \alpha)^2 T^I + h_1 \left( \frac{D(P-D)}{2P} \right) (1 - \varphi \delta \alpha)^2 T^I \\
 &\quad + h_2 \left( \delta \alpha D - \varphi \delta \alpha D + \frac{(R - \alpha D)}{2R^2} \varphi^2 \delta^2 \alpha^2 D^2 + \frac{\delta \alpha D (R - \varphi \delta \alpha D)^2}{2R^2} \right) T^I \\
 &\quad + c_p \left( \frac{D^2 (1 - \varphi \delta \alpha)^2}{2P} \right) T^I + c_r \left( \frac{D^2 (\varphi \delta \alpha)^2}{2R} \right) T^I + c_d \left( \frac{(1 - \delta) \alpha D}{2} \right) T^I \\
 &\quad + c_c \left( \frac{\alpha D}{2} \right) T^I + \frac{c_s}{T^I}
 \end{aligned} \tag{14}$$

さらに、リサイクル率  $\varphi$  の関数で総費用を表わすと、

$$C^I(\varphi, T^I) = A^I T^I + c_s / T^I \tag{15}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 A^I &= \left\{ h_1 \left( \frac{\delta^2 \alpha^2 D(R-D)}{2R} + \frac{\delta^2 \alpha^2 D(P-D)}{2P} \right) + h_2 \left( \frac{\delta^2 \alpha^2 (R - \alpha D) D^2 + \delta^3 \alpha^3 D^3}{2R^2} \right) \right\} \varphi^2 \\
 &\quad + \left\{ c_p \left( \frac{\delta^2 \alpha^2 D^2}{2P} \right) + c_r \left( \frac{\delta^2 \alpha^2 D^2}{2R} \right) \right\} \varphi^2 \\
 &\quad - \left\{ h_1 \left( \frac{\delta \alpha D (P-D)}{P} \right) + h_2 \left( \frac{\delta^2 \alpha^2 D^2}{R} + \delta \alpha D \right) + c_p \left( \frac{\delta \alpha D^2}{P} \right) \right\} \varphi \\
 &\quad + h_1 \left( \frac{D(P-D)}{2P} \right) + h_2 \left( \frac{3\delta \alpha D}{2} \right) + c_d \left( \frac{(1 - \delta) \alpha D}{2} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{2P} \right) + c_c \left( \frac{\alpha D}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$= B^I_1 \varphi^2 - B^I_2 \varphi + B^I_3 \tag{17}$$

となる。ここで、 $A^I$  を  $\varphi$  の二次関数で表わした時の各係数は以下のように表わせられる。

$$\begin{aligned}
 B^I_1 &= h_1 \left( \frac{\delta^2 \alpha^2 D(R-D)}{2R} + \frac{\delta^2 \alpha^2 D(P-D)}{2P} \right) + h_2 \left( \frac{\delta^2 \alpha^2 (R - \alpha D) D^2 + \delta^3 \alpha^3 D^3}{2R^2} \right) \\
 &\quad + c_p \left( \frac{\delta^2 \alpha^2 D^2}{2P} \right) + c_r \left( \frac{\delta^2 \alpha^2 D^2}{2R} \right)
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$B^I_2 = h_1 \left( \frac{\delta \alpha D (P-D)}{P} \right) + h_2 \left( \frac{\delta^2 \alpha^2 D^2}{R} + \delta \alpha D \right) + c_p \left( \frac{\delta \alpha D^2}{P} \right) \tag{19}$$

$$B^I_3 = h_1 \left( \frac{D(P-D)}{2P} \right) + h_2 \left( \frac{3\delta \alpha D}{2} \right) + c_d \left( \frac{(1 - \delta) \alpha D}{2} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{2P} \right) + c_c \left( \frac{\alpha D}{2} \right) \tag{20}$$

このとき、 $A^I T^I$  と  $c_s / T^I$  はともに正であるので、相加平均と相乗平均の大小関係から、 $C^I(\varphi, T^I) = A^I T^I + c_s / T^I \geq 2\sqrt{A^I c_s}$  が成り立つ。このとき、等号が成り立つのは、 $A^I T^I = c_s / T^I$  のときであるので、 $C^I(\varphi, T^I)$  が最小の値となる製造リサイクル時間  $T^{I*}$  は、

$$T^{I*} = \sqrt{c_s / A^I} \tag{21}$$

また、このときの総費用の最小値  $C^{I*}(\varphi, T^{I*})$  は、

$$C^{I*}(\varphi, T^{I*}) = 2\sqrt{c_s A^I} \quad (22)$$

となる。こうして、このときの最適製造時間  $T^{I*}_{p1}$ 、最適リサイクル時間  $T^{I*}_{r1}$ 、最適製造量  $Q^{I*}_p$  と最適リサイクル量  $Q^{I*}_r$  は以下のようになる。

$$T^{I*}_{p1} = \frac{(1-\varphi\delta\alpha)D}{P} T^{I*} = \frac{(1-\varphi\delta\alpha)D}{P} \sqrt{c_s / A^I} \quad (23)$$

$$T^{I*}_{r1} = \frac{\varphi\delta\alpha D}{R} T^{I*} = \frac{\varphi\delta\alpha D}{R} \sqrt{c_s / A^I} \quad (24)$$

$$Q^{I*}_p = P T^{I*}_{p1} = (1-\varphi\delta\alpha) D \sqrt{c_s / A^I} \quad (25)$$

$$Q^{I*}_r = R T^{I*}_{r1} = \varphi\delta\alpha D \sqrt{c_s / A^I} \quad (26)$$

ここで、回収率  $\alpha$  とリサイクル可能率  $\delta$  を一定で固定して考えると、 $A^I$  は  $\varphi$  の関数であることに着目する。

### 3. モデル I における最適リサイクル率の決定

さて、 $C^{I*}(\varphi, T^{I*})$  は費用であるので、正でなければならない。 $A^I$  は  $\varphi$  の二次関数  $C^I(\varphi) = B^I_1\varphi^2 - B^I_2\varphi + B^I_3$  であり、現実的なモデルを考えれば、 $P-D \geq 0$ 、 $R-D \geq 0$ 、 $R-aD \geq 0$  であるので、二次関数の各係数  $B^I_1$ 、 $B^I_2$ 、 $B^I_3$  は非負である。したがって、 $C^I(\varphi)$  は、 $\varphi$  に関して下に凸の関数である。 $C^{I*}(\varphi, T^{I*})$  が正であるためには、すなわち、どのような  $\varphi$  に対しても  $C^I(\varphi) > 0$  とならなければならない。そこで、二次関数の各係数間には、 $B^I_2{}^2 - 4B^I_1B^I_3 < 0$  という関係が成立していなければならない。また、 $B^I_2 > 0$  であるので、二次関数  $C^I(\varphi)$  の頂点は第一象限に存在する。他方、 $\varphi$  は  $0 \leq \varphi \leq 1$  の範囲にあるリサイクル率であるので、 $C^I(\varphi)$  を最小する  $\varphi$  は、二次関数  $C^I(\varphi)$  の頂点の  $\varphi$  座標が 0 と 1 の間にある場合と、頂点の  $\varphi$  座標が 1 以上の場合の二つの場合となる。そこで、二次関数  $C^I(\varphi)$  の頂点の  $\varphi$  座標が 0 と 1 の間に存在する場合、 $C^I(\varphi)$  を最小にする  $\varphi$  は  $\varphi^{I*} = B^I_2 / 2B^I_1$  となる。これから、 $B^I_2{}^2 < 4B^I_1B^I_3$  かつ  $B^I_2 \leq 2B^I_1$  のとき、 $C^{I*}(\varphi, T^{I*})$  を最小にする  $\varphi$  は  $\varphi^{I*} = B^I_2 / 2B^I_1$  となる。また、二次関数  $C^I(\varphi)$  の頂点の  $\varphi$  座標が 1 以上の値に存在する場合、 $C^I(0) (> 0)$  と  $C^I(1) (> 0)$  を比較すると、 $C^I(\varphi)$  の凸性から、 $\varphi^*=1$  のとき、 $C^I(\varphi)$  を最小にする。これから、 $B^I_2{}^2 < 4B^I_1B^I_3$  かつ  $2B^I_1 \leq B^I_2$  のとき、 $C^{I*}(\varphi, T^{I*})$  を最小にする  $\varphi$  は  $\varphi^{I*}=1$  となる。以上をまとめると最適リサイクル率  $\varphi^{I*}$  に関して次のようにいえる。

EOQ 型リバースロジステックスシステムにおける製造リサイクル方策

$$\cdot B^I_2 < 2\sqrt{B^I_1 B^I_3} \text{ かつ } B^I_2 \leq 2B^I_1 \text{ のとき, } \phi^{I*} = \frac{B^I_2}{2B^I_1} \text{ となる。} \quad (27)$$

$$\cdot 2B^I_1 \leq B^I_2 < 2\sqrt{B^I_1 B^I_3} \text{ のとき, } \phi^{I*} = 1 \text{ となる。} \quad (28)$$

#### 4. モデルⅡにおける総費用と最適リサイクル率の決定

##### 4.1 モデルⅡの総費用

リサイクル品を利用した製造の後に製造中断しないモデルⅡについて、前述の費用パラメータを用いて、そのシステムにかかわる費用を考えてみる。モデルⅠの場合と同様に、次のような費用項目を考える。

(1)  $C_{h1}$  (¥ × time) : 製造・リサイクル時間中の第 1 貯蔵施設における在庫保持費用

$$C_{h1} = (I_K + I_L + I_M) \times h_1 \quad (29)$$

ここで、 $I_K$ ,  $I_L$ ,  $I_M$  は、それぞれ、図 4 における第 1 貯蔵施設でのリサイクル品による製造時間における製品の在庫量、新規原材料によって製造された製品の在庫量、その製品が需要に回される期間の在庫量を示し、次のように表せられる。

$$I_K = \frac{(R-D)D^2}{2R^2} \phi^2 \delta^2 \alpha^2 T_{II}^2 \quad (30)$$

$$I_L = \frac{(P-D)D^2}{2P^2} (1-\phi\delta\alpha)^2 T_{II}^2 + \frac{(R-D)D^2}{PR} \phi\delta\alpha(1-\phi\delta\alpha) T_{II}^2 \quad (31)$$

$$I_M = \left( \frac{(P-R)^2 D^3}{2P^2 R^2} \right) (\phi\delta\alpha)^2 T_{II}^2 - \left( \frac{(P-R)(P-D)D^2}{P^2 R} \right) \phi\delta\alpha T_{II}^2 + \left( \frac{(P-D)^2 D}{2P^2} \right) T_{II}^2 \quad (32)$$

(2)  $C_{h2}$  (¥ × time) : 製造・リサイクル時間中の第 2 貯蔵施設における在庫保持費用

$$C_{h2} = (I_N + I_O) \times h_2 \quad (33)$$

ここで、 $I_N$  は図 5 における第 2 貯蔵施設でのリサイクル時間でのリサイクル可能品の在庫量であり、 $I_O$  は市場から回収されるリサイクル可能品の在庫量を示し、以下のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} I_N + I_O &= \frac{(R-\alpha D)D^2}{2R^2} \phi^2 \delta^2 \alpha^2 T_{II}^2 + \frac{D^3}{2R^2} \phi^2 \delta^3 \alpha^3 T_{II}^2 \\ &\quad - \phi\delta\alpha D T_{II}^2 - \frac{D^2}{R} \phi\delta^2 \alpha^2 T_{II}^2 + \frac{3\delta\alpha D}{2} T_{II}^2 \end{aligned} \quad (34)$$

(3)  $C_p$  (¥ × time) : 製造・リサイクル時間中に新規原材料を用いて製造するための費用

$$C_p = \frac{c_p D^2}{2P} (1-\phi\delta\alpha)^2 T_{II}^2 \quad (35)$$

(4)  $C_r$  (¥ × time) : 製造・リサイクル時間中にリサイクル品を製品とするための費用

$$C_r = \frac{c_r D^2}{2R} (\varphi \delta \alpha)^2 T^{II^2} \quad (36)$$

(5)  $C_d$  (¥ × time) : 製造・リサイクル時間中に回収品を廃棄し最終処理するための費用

$$C_d = \frac{c_d D}{2} (1 - \delta) \alpha T^{II^2} \quad (37)$$

(6)  $C_c$  (¥ × time) : 製造・リサイクル時間中に市場から中古品を回収するための費用

$$C_c = \frac{c_c D}{2} \alpha T^{II^2} \quad (38)$$

(7)  $C_s$  (¥ × time) : 製造・リサイクル時間中にリサイクル品による製造から製品製造への切り替えをするときのセットアップ費用

$$C_s = c_s \quad (39)$$

これらの費用項目からモデル II の単位時間当たりの総費用  $C^{II}$  ( $\varphi, T^{II}$ ) は次のように表せる。

$$\begin{aligned} C^{II} (a, \delta, \varphi, T^{II}) &= (C_{h1} + C_{h2} + C_p + C_r + C_d + C_c + C_s) / T^{II} \\ &= \left\{ h_1 \left( \frac{(P-R)D^2}{2PR} \right) + h_2 \left( \frac{(R-\alpha D)D^2}{2R^2} + \frac{\delta \alpha D^3}{2R^2} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{2P} \right) + c_r \left( \frac{D^2}{2R} \right) \right\} \varphi^2 \delta^2 \alpha^2 T^{II} \\ &\quad - \left\{ h_1 \left( \frac{(P-R)D^2}{PR} \right) + h_2 \left( \frac{(R+\delta \alpha D)D}{R} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{P} \right) \right\} \varphi \delta \alpha T^{II} \\ &\quad + \left\{ h_1 \left( \frac{(P-D)D}{2P} \right) + h_2 \left( \frac{3\delta \alpha D}{2} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{2P} \right) + c_d \left( \frac{(1-\delta)\alpha D}{2} \right) + c_c \left( \frac{\alpha D}{2} \right) \right\} T^{II} + \frac{c_s}{T^{II}} \quad (40) \end{aligned}$$

さらに、リサイクル率  $\varphi$  の関数で総費用を表わすと、

$$C^{II} (\varphi, T^{II}) = A^{II} T^{II} + c_s / T^{II} \quad (41)$$

ここで、

$$\begin{aligned} A^{II} &= \left\{ h_1 \left( \frac{(P-R)D^2}{2PR} \right) + h_2 \left( \frac{(R-(1-\delta)\alpha D)D^2}{2R^2} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{2P} \right) + c_r \left( \frac{D^2}{2R} \right) \right\} \delta^2 \alpha^2 \varphi^2 \\ &\quad - \left\{ h_1 \left( \frac{(P-R)D^2}{PR} \right) + h_2 \left( \frac{(R+\delta \alpha D)D}{R} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{P} \right) \right\} \delta \alpha \varphi \\ &\quad + \left\{ h_1 \left( \frac{(P-D)D}{2P} \right) + h_2 \left( \frac{3\delta \alpha D}{2} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{2P} \right) + c_d \left( \frac{(1-\delta)\alpha D}{2} \right) + c_c \left( \frac{\alpha D}{2} \right) \right\} \\ &= B^{II}_1 \varphi^2 - B^{II}_2 \varphi + B^{II}_3 \quad (42) \end{aligned}$$

となる。また、 $A^{II}$  を  $\varphi$  の二次関数で表わした時の各係数は以下のように表わせられる。

$$B^{II}_1 = \left\{ h_1 \left( \frac{(P-R)D^2}{2PR} \right) + h_2 \left( \frac{(R-(1-\delta)\alpha D)D^2}{2R^2} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{2P} \right) + c_r \left( \frac{D^2}{2R} \right) \right\} \delta^2 \alpha^2 \quad (43)$$

$$B''_2 = \left\{ h_1 \left( \frac{(P-R)D^2}{PR} \right) + h_2 \left( \frac{(R+\delta\alpha D)D}{R} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{P} \right) \right\} \delta\alpha \quad (44)$$

$$B''_3 = h_1 \left( \frac{(P-D)D}{2P} \right) + h_2 \left( \frac{3\delta\alpha D}{2} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{2P} \right) + c_d \left( \frac{(1-\delta)\alpha D}{2} \right) + c_c \left( \frac{\alpha D}{2} \right) \quad (45)$$

このとき、モデル I の場合と同様の手順で、単位時間当たりの総費用  $C''(\varphi, T'')$  を最小にする製造リサイクル・サイクル時間  $T''^*$  は次のようになる

$$T''^* = \sqrt{c_s / A''} \quad (46)$$

また、このときの総費用の最小値  $C''^*(\varphi, T''^*)$  は、

$$C''^*(\varphi, T''^*) = 2\sqrt{c_s A''} \quad (47)$$

となる。こうして、モデル II の最適製造時間  $T''^*_{p1}$ 、最適リサイクル時間  $T''^*_{r1}$ 、最適製造  $Q''^*_p$  と最適リサイクル量  $Q''^*_r$  は以下のようになる。

$$T''^*_{p1} = \frac{(1-\varphi\delta\alpha)D}{P} T''^* = \frac{(1-\varphi\delta\alpha)D}{P} \sqrt{c_s / A''} \quad (48)$$

$$T''^*_{r1} = \frac{\varphi\delta\alpha D}{R} T''^* = \frac{\varphi\delta\alpha D}{R} \sqrt{c_s / A''} \quad (49)$$

$$Q''^*_p = P T''^*_{p1} = (1-\varphi\delta\alpha)D \sqrt{c_s / A''} \quad (50)$$

$$Q''^*_r = R T''^*_{r1} = \varphi\delta\alpha D \sqrt{c_s / A''} \quad (51)$$

#### 4.2 モデル II における最適リサイクル率の決定

式 (45) を見ると、係数  $B''_3$  は常に正であるが、係数  $B''_1$  と  $B''_2$  は  $P$  と  $R$  の値によっては負になることもありうる。そこで、係数  $B''_1$  と  $B''_2$  の正負を考慮に入れなければならない。また、総費用が正であることから、 $0 \leq \varphi \leq 1$  の範囲に存在する  $\varphi$  について  $C''^*(0, T''^*) = B''_3 > 0$  かつ  $C''^*(1, T''^*) = B''_1 - B''_2 + B''_3 > 0$  でなければならない。

まず係数  $B''_1$  と  $B''_2$  がともに正の場合、すなわち、少なくとも  $P \geq R$  であればそれらの係数は正となるので、モデル I の場合に導出した結果を適用して、次のようにまとめられる。

$$\cdot 0 < B''_2 < 2\sqrt{B''_1 B''_3} \text{ かつ } 0 < B''_2 \leq 2B''_1 \text{ のとき、} \varphi''^* = \frac{B''_2}{2B''_1} \text{ となる。} \quad (52)$$

$$\cdot 0 < 2B''_1 \leq B''_2 < 2\sqrt{B''_1 B''_3} \text{ のとき } \varphi''^* = 1 \text{ となる。} \quad (53)$$

また係数  $B''_1$  が正で  $B''_2$  が負の場合には、 $A''$  の  $\varphi$  に関する二次関数の頂点は第二象限に

あるので、 $B''_2 < 4B''_1 B''_3$  が成り立てば、 $C''^*(\varphi, T''^*)$  を最小にする  $\varphi$  は  $\varphi''^* = 0$  となる。  
すなわち、

$$\cdot B''_1 > 0 \text{ かつ } B''_2 > 0 \text{ のとき, } \varphi''^* = 0 \text{ となる。} \quad (54)$$

次に係数  $B''_1$  が負の場合には、 $A''$  は  $\varphi$  に関して上に凸の二次関数となるので、 $B''_1 = -D_1$  ( $D_1 > 0$ ) と置くと、この二次関数の頂点は  $B''_2$  の正負によって第一象限か第二象限に存在することになる。 $B''_2$  が正の場合は頂点が第二象限にあるので、 $C''^*(1, T''^*) > 0$  (すなわち  $B''_3 > D_1 + B''_2 > 0$ ) であれば、総費用  $C''^*(\varphi, T''^*)$  を最小にする  $\varphi''^*$  は 1 となる。一方、 $B''_2 = -D_2$  ( $D_2 > 0$ ) が負の場合には頂点は第一象限にあるので、 $C''^*(1, T''^*) > 0$  (すなわち  $B''_3 > D_1 - D_2 > 0$ ) の下で、 $0 \leq \varphi \leq 1$  の存在範囲と頂点の位置から、頂点  $\varphi'' = D_2 / (2D_1)$  が  $0 \leq \varphi'' \leq D_2 / (2D_1) \leq 0.5$  ならば、 $\varphi''^*$  は 1 となる。また、頂点が  $0.5 \leq \varphi'' = D_2 / (2D_1)$  にあるときは、 $C''^*(1, T''^*) < 0$  となり、解は存在しない。さらに、 $B''_2 = 0$  のときは、 $C''^*(1, T''^*) > 0$  (すなわち  $B''_3 > D_1 > 0$ ) ならば  $\varphi''^*$  は 1 となる。

これから、最適リサイクル率  $\varphi''^*$  に関して以下のようにまとめられる。

$$\cdot B''_1 < 0 \text{ かつ } B''_1 + B''_3 > B''_2 > 0 \text{ のとき, } \varphi''^* = 1 \text{ となる。} \quad (55)$$

$$\cdot B''_1 < B''_2 \leq 0 \text{ かつ } B''_1 + B''_3 > B''_2 \text{ のとき, } \varphi''^* = 1 \text{ となる。} \quad (56)$$

最後に、係数  $B''_1$  がゼロになる場合もありうるので、この場合について考えると、 $A''$  は  $\varphi$  に関して一次関数となるので、以下のようにまとめられる。

$$\cdot B''_1 = 0 \text{ かつ } B''_2 > 0 \text{ のとき, } \varphi''^* = 0 \text{ となる。} \quad (57)$$

$$\cdot B''_1 = 0 \text{ かつ } B''_2 < 0 \text{ のとき, } \varphi''^* = 1 \text{ となる。} \quad (58)$$

## 5. リサイクルシステムの導入の決定

ここで、リサイクルシステムを用いない場合、すなわち、新規原材料のみを用いて製造した場合の単位時間当たりの総費用  $C_N(T_N)$  を求め、本論で提案したモデル II における総費用と比較し、リサイクルシステムの導入の条件を考えてみる。

新規原材料のみを用いて製造した場合には、総費用は製品在庫保管費用  $C_h$ 、製造費用  $C_p$ 、セットアップ費用  $C_s$  からなるものとする。このとき、市場からの中古品の回収費用は考えないものとする。すると、

$$C_N(T_N) = (C_h + C_p + C_s) / T_N = A_N T_N + c_s / T_N \quad (59)$$

と表すことができる。ここで、

$$A_N = h_1 \left( \frac{D(P-D)}{2P} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{2P} \right) \quad (60)$$

である。このときの最適製造時間は、 $T_N^* = \sqrt{c_s / A_N}$  となり、最適総費用は  $C_N^* = 2\sqrt{c_s A_N}$  となる。リサイクルシステムを採用するときの単位時間当たりの総費用は、 $C^{II*}(\varphi, T^{II*}) = 2\sqrt{c_s A^{II}}$  である。ここで、

$$\begin{aligned} A^{II} = & \left\{ h_1 \left( \frac{(P-R)D^2}{2PR} \right) + h_2 \left( \frac{(R-(1-\delta)\alpha D)D^2}{2R^2} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{2P} \right) + c_r \left( \frac{D^2}{2R} \right) \right\} \varphi^2 \delta^2 \alpha^2 \\ & - \left\{ h_1 \left( \frac{(P-R)D^2}{PR} \right) + h_2 \left( \frac{(R+\delta\alpha D)D}{R} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{P} \right) \right\} \varphi \delta \alpha \\ & + \left\{ h_1 \left( \frac{(P-D)D}{2P} \right) + h_2 \left( \frac{3\delta\alpha D}{2} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{2P} \right) + c_d \left( \frac{(1-\delta)\alpha D}{2} \right) + c_c \left( \frac{\alpha D}{2} \right) \right\} \end{aligned}$$

である。このとき、リサイクルシステムを導入するモデル II と採用しないモデル I との総費用の差  $\Delta$  は、

$$\Delta = C_N^*(T_N^*) - C^{II*}(\alpha, \delta, \varphi, T^{II*}) = 2\sqrt{c_s A_N} - 2\sqrt{c_s A^{II}} \quad (61)$$

であり、 $\Delta > 0$  であるならば、リサイクルシステムを導入することに意味があることになる。そこで、二つのシステムのセットアップ費用が同じとすると、 $\Delta$  は  $A_N$  と  $A^{II}$  との差となる。そこで、 $A_N$  と  $A^{II}$  との差  $\Delta_A$  を見ると、

$$\begin{aligned} \Delta_A = & - \left\{ h_1 \left( \frac{(P-R)D^2}{2PR} \right) + h_2 \left( \frac{(R-\alpha D)D^2}{2R^2} + \frac{\delta\alpha D^3}{2R^2} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{2P} \right) + c_r \left( \frac{D^2}{2R} \right) \right\} \varphi^2 \delta^2 \alpha^2 \\ & + \left\{ h_1 \left( \frac{(P-R)D^2}{PR} \right) + h_2 \left( \frac{(R+\delta\alpha D)D}{R} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{P} \right) \right\} \varphi \delta \alpha \\ & - \left\{ h_2 \left( \frac{3\delta\alpha D}{2} \right) + c_d \left( \frac{(1-\delta)\alpha D}{2} \right) + c_c \left( \frac{\alpha D}{2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (62)$$

となる。これからリサイクルシステムを導入するための以下のような条件が導出できる。

$$\begin{aligned} c_p \left( \frac{(2\varphi\delta - \varphi^2\delta^2\alpha)D}{2P} \right) + h_1 \left( \frac{(2\varphi\delta - \varphi^2\delta^2\alpha)(P-R)D}{2PR} \right) & > c_r \left( \frac{\varphi^2\delta^2\alpha D}{2R} \right) \\ + h_2 \left( \frac{\varphi^2\delta^2\alpha(R-\alpha D)D + \varphi^2\delta^2\alpha\delta\alpha D^2 - 2\varphi\delta(R+\delta\alpha D)R + 3\delta R^2}{2R^2} \right) & + c_d \left( \frac{(1-\delta)}{2} \right) + c_c \left( \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (63)$$

ここで、上記の式を見やすくするために、環境パラメータを  $a = 1$ 、 $\delta = 1$ 、 $\varphi = 1$  とした場合を考えると、

$$\Delta A = h_1 \left( \frac{(P-R)D^2}{2PR} \right) - h_2 \left( \frac{D(R-D)}{2R} \right) + c_p \left( \frac{D^2}{2P} \right) - c_r \left( \frac{D^2}{2R} \right) - c_c \left( \frac{D}{2} \right) \quad (64)$$

となり、これから、

$$c_p \left( \frac{D}{2P} \right) + h_1 \left( \frac{(P-R)D}{2PR} \right) > c_r \left( \frac{D}{2R} \right) + h_2 \left( \frac{(R-D)}{2R} \right) + c_c \left( \frac{1}{2} \right) \quad (65)$$

という結果を得る。上式が成り立てば、リサイクルシステムを導入することに意味があるといえる。つまり、簡単にいえば、新規原材料による製造費と第1貯蔵施設の保管費の、製造率、リサイクル率および需要率で決定される重み係数の加重和より、リサイクル品による製造費、第2貯蔵施設の保管費および回収費用の加重和（ $\varphi$ が1でないときは、廃棄処分費も含まれる）が低い時にリサイクルシステムが有用であることがわかる。

## 6. 数値例

### 1) 回収率 $\alpha$ とリサイクル可能率 $\delta$ の本モデルに対する影響

生産パラメータが、 $D = 2$ ,  $P = 5$ ,  $R = 5$  であり、費用パラメータの値が  $h_1 = 1$ ,  $h_2 = 1$ ,  $c_p = 1$ ,  $c_r = 1$ ,  $c_c = 1$ ,  $c_d = 1$ ,  $c_s = 1$  の場合で、回収率  $\alpha$  とリサイクル可能率  $\delta$  を 0.3, 0.5, 0.8 と変え、それらのすべての組み合わせのそれぞれについて数値実験を行い、表1の結果を得た。また、この数値例におけるパラメータ値のすべての場合で、最適なりサイクル率  $\varphi^*$  は1であり、その率の上限値であった。すなわち、すべてのリサイクル可能品が製造に利用されたことになる。

この表から、 $\alpha$  が高くなると、当然回収費用  $C_c$  が高くなっていくが、廃棄費用  $C_d$  もやや高くなっていく傾向がみられる。また、第2施設の保管費用  $C_{h2}$  が高くなっていくが、保管費用の多くを占める第1施設での在庫保管費用  $C_{h1}$  が低くなっていくことにより、全体として保管費用  $C_h$  は低くなっていくようである。同様に、総費用に占める比率は小さいものの生産費用  $C_p$  やリサイクル費用  $C_r$  もやや低くなっていく傾向が見られる。また、回収率が高まると、その傾向は  $\delta$  が高い方が顕著のように見られる。全体的には、 $\alpha$  が高くなると、総費用は高くなる一方、サイクル時間は短くなる。製造時間が短縮する一方、リサイクル時間が延びていく傾向が見られる。リサイクル品を利用した製造が積極的に行われるようになることがみられる。

リサイクル可能率  $\delta$  が高くなるにつれて、総費用は低減していくが、第2施設での保管費用は高くなり、総保管費用もやや高くなっていく。再利用可能なリサイクル品にするためのリサイクル費用が高くなり、回収費用もやや高くなっていく。逆に、 $\delta$  が小さくなると、製造費用が高くなり、廃棄費用もやや高くなっていく傾向がみられる。また、 $\delta$  が高くなると、サイクル時間は長くなる。リサイクル時間が長くなっていくことから、リサイクル品を利用

表1  $a$  と  $\beta$  の影響

No	$a$	$\delta$	$C^{**}$	$C_{h1}$	$C_{h2}$	$C_h$	$C_b$	$C_r$	$C_c$	$C_d$	$C_s$	$T^{**}$	$T_{p1}$	$T_{r1}$
1	0.3	0.3	2.478	0.23	0.02	0.25	0.06	0.00	0.14	0.04	0.60	0.676	0.246	0.024
2	0.3	0.5	2.416	0.23	0.03	0.26	0.06	0.00	0.15	0.03	0.59	0.706	0.240	0.042
3	0.3	0.8	2.335	0.23	0.05	0.28	0.06	0.01	0.17	0.01	0.57	0.749	0.228	0.072
4	0.5	0.3	2.551	0.18	0.02	0.20	0.05	0.00	0.21	0.06	0.61	0.645	0.219	0.039
5	0.5	0.5	2.470	0.18	0.04	0.22	0.04	0.01	0.23	0.05	0.60	0.680	0.204	0.068
6	0.5	0.8	2.386	0.17	0.07	0.24	0.03	0.03	0.26	0.02	0.58	0.721	0.173	0.115
7	0.8	0.3	2.667	0.13	0.03	0.16	0.03	0.01	0.29	0.08	0.63	0.600	0.182	0.058
8	0.8	0.5	2.585	0.12	0.05	0.17	0.02	0.03	0.32	0.06	0.61	0.631	0.151	0.101
9	0.8	0.8	2.565	0.13	0.07	0.20	0.01	0.07	0.33	0.03	0.61	0.639	0.092	0.164
10	0.3	0.3	2.478	0.23	0.02	0.25	0.06	0.00	0.14	0.04	0.60	0.676	0.246	0.024
11	0.5	0.3	2.551	0.18	0.02	0.20	0.05	0.00	0.21	0.06	0.61	0.645	0.219	0.039
12	0.8	0.3	2.667	0.13	0.03	0.16	0.03	0.01	0.29	0.08	0.63	0.600	0.182	0.058
13	0.3	0.5	2.416	0.23	0.03	0.26	0.06	0.00	0.15	0.03	0.59	0.706	0.240	0.042
14	0.5	0.5	2.470	0.18	0.04	0.22	0.04	0.01	0.23	0.05	0.60	0.680	0.204	0.068
15	0.8	0.5	2.585	0.12	0.05	0.17	0.02	0.03	0.32	0.06	0.61	0.631	0.151	0.101
16	0.3	0.8	2.335	0.23	0.05	0.28	0.06	0.01	0.17	0.01	0.57	0.749	0.228	0.072
17	0.5	0.8	2.386	0.17	0.07	0.24	0.03	0.03	0.26	0.02	0.58	0.721	0.173	0.115
18	0.8	0.8	2.565	0.13	0.07	0.20	0.01	0.07	0.33	0.03	0.61	0.639	0.092	0.164

表 2 費用パラメータの影響

No.	$h_1$	$h_2$	$c_p$	$c_r$	$c_c$	$c_d$	$c_s$	$T^{I*}$	$T_{p1}$	$T_{r1}$	$CI^*(\varphi^*, T^*)$
1	1	1	1	1	1	1	1	0.639	0.092	0.164	2.565
2	2	1	1	1	1	1	1	0.554	0.080	0.142	2.805
3	1	2	1	1	1	1	1	0.586	0.084	0.150	2.708
4	1	1	2	1	1	1	1	0.632	0.091	0.162	2.582
5	1	1	1	2	1	1	1	0.619	0.089	0.158	2.617
6	1	1	1	1	2	1	1	0.555	0.080	0.142	2.803
7	1	1	1	1	1	2	1	0.619	0.089	0.158	2.616
8	1	1	1	1	1	1	2	0.903	0.130	0.231	4.214

No.	$h_1$	$h_2$	$c_p$	$c_r$	$c_c$	$c_d$	$c_s$	$C_h$	$C_p$	$C_r$	$C_c$	$C_d$	$C_s$
1	1	1	1	1	1	1	1	0.203	0.008	0.067	0.327	0.025	0.610
2	2	1	1	1	1	1	1	0.228	0.006	0.050	0.245	0.018	0.644
3	1	2	1	1	1	1	1	0.220	0.007	0.056	0.274	0.020	0.631
4	1	1	2	1	1	1	1	0.197	0.016	0.065	0.320	0.025	0.613
5	1	1	1	2	1	1	1	0.186	0.008	0.125	0.306	0.023	0.618
6	1	1	1	1	2	1	1	0.140	0.006	0.050	0.492	0.018	0.643
7	1	1	1	1	1	2	1	0.187	0.008	0.063	0.306	0.047	0.618
8	1	1	1	1	1	1	2	0.247	0.010	0.134	0.653	0.031	0.525

した製造量が増加するようである。一方、新規原材料による製造量は、製造時間が短縮していくので低減していく。費用的に見て、リサイクル品を用いた方が良いことが分かる。これらの傾向は回収率が高い場合に顕著となる。再利用可能なリサイクル品にするためのリサイクル費用が高くなり、回収費用もやや高くなってくる。

## 2) 費用パラメータの本モデルに対する影響

環境パラメータ  $a = 0.8$ ,  $\delta = 0.8$ , 生産パラメータ  $D = 2$ ,  $P = 5$ ,  $R = 5$  として、各費用パラメータの数値を倍にして、数値実験した結果が表 2 である。ここで、この数値例におけるパラメータ値におけるすべての場合において、最適なりサイクル率  $\varphi^{I*}$  は 1 であった。

まず、すべての費用パラメータを 1 として、モデルの費用の構成をみると、セットアップ費用が 5 割強を占め、次に第 1・第 2 施設の在庫保管費用、回収費用が続く。製造費用やリサイクル費用、廃棄費用の構成比率は低く、特にリサイクル費用と廃棄費用は低い。低い構成比率ながら、パラメータの値を倍にすると、リサイクル費用や廃棄費用は他の費用項目より増加率は高く、その総費用に対する感度は高い。また、回収費用も感度が高く、在庫保持費用は鈍いようである。

第 1 施設の保管費とセットアップ費用の上昇が総費用に与える影響が大きく、次に、回収

表 3  $\varphi^*$  の決定の影響

No.	$a$	$\delta$	$\varphi^{I*}$	$T^{I*}$	$T_{p1}$	$T_{r1}$	$C^{I*}(\varphi, T^*)$	$C_h$	$C_p$	$C_r$
1	0.7	0.5	1.000	0.695	0.301	0.097	2.439	0.137	0.056	0.024
2	0.7	0.6	1.000	0.699	0.270	0.117	2.431	0.155	0.045	0.034
3	0.7	0.7	1.000	0.697	0.237	0.137	2.434	0.175	0.035	0.047
4	0.7	0.8	1.000	0.692	0.203	0.155	2.445	0.195	0.025	0.060
5	0.7	0.9	1.000	0.682	0.168	0.172	2.466	0.213	0.017	0.074
6	0.7	1	1.000	0.668	0.134	0.187	2.497	0.230	0.011	0.088
7	0.8	0.5	1.000	0.667	0.267	0.107	2.500	0.133	0.043	0.028
8	0.8	0.6	1.000	0.667	0.231	0.128	2.500	0.152	0.032	0.041
9	0.8	0.7	1.000	0.662	0.194	0.148	2.511	0.173	0.022	0.055
10	0.8	0.8	1.000	0.652	0.156	0.167	2.535	0.192	0.014	0.070
11	0.8	0.9	0.987	0.637	0.123	0.181	2.569	0.209	0.009	0.082
12	0.8	1	0.897	0.622	0.117	0.179	2.607	0.226	0.008	0.080
13	0.9	0.5	1.000	0.640	0.235	0.115	2.563	0.129	0.032	0.033
14	0.9	0.6	1.000	0.637	0.195	0.138	2.571	0.150	0.022	0.047
15	0.9	0.7	1.000	0.628	0.155	0.158	2.593	0.170	0.014	0.063
16	0.9	0.8	0.992	0.614	0.117	0.175	2.629	0.189	0.008	0.077
17	0.9	0.9	0.891	0.599	0.111	0.173	2.670	0.207	0.007	0.075
18	0.9	1	0.810	0.585	0.106	0.170	2.710	0.222	0.006	0.073
19	1	0.5	1.000	0.615	0.205	0.123	2.627	0.127	0.024	0.038
20	1	0.6	1.000	0.608	0.162	0.146	2.644	0.147	0.015	0.053
21	1	0.7	1.000	0.596	0.119	0.167	2.678	0.167	0.008	0.070
22	1	0.8	0.905	0.581	0.107	0.168	2.722	0.186	0.006	0.071
23	1	0.9	0.814	0.566	0.101	0.166	2.765	0.204	0.006	0.069
24	1	1	0.740	0.553	0.096	0.164	2.807	0.218	0.005	0.067

費用であり、リサイクル費用はあまり影響しない。これは、総費用に占めるリサイクル費用の構成比が低いからである。リサイクル費用はこのシステムでは総費用に対する感度は鈍いようである。

### 3) リサイクル率 $\varphi^*$ の決定

#### ①回収率とリサイクル可能率のリサイクル率への影響

生産パラメータを  $D = 2$ ,  $P = 3$ ,  $R = 5$ , 費用パラメータを  $h_1 = 1$ ,  $h_2 = 1$ ,  $c_p = 1$ ,  $c_r = 1$ ,  $c_e = 1$ ,  $c_d = 1$ ,  $c_s = 1$  とした場合で、 $a$  と  $\delta$  の変化に対しての数値例の結果が表 3 である。

回収率  $a$  が高い場合、リサイクル可能率  $\delta$  が高くなるにつれて、すなわち、廃棄する量が少なく、リサイクル可能な中古品が多くなると、製造時間が短くなり、リサイクル時間が長くなっていく。すなわち、新規原材料による製造量が減って、リサイクルによる原材料による製造量が増えていく。また、全体のサイクル時間は短くなっていく。しかしながら、在庫

表 4  $\varphi^*$  の決定の影響

No.	$c_p$	$c_r$	$\varphi^{i*}$	$T^{i*}$	$T_{pi}$	$T_{ri}$	$C^{i*}$	$C_h$	$C_p$	$C_r$	$C_c$	$C_d$	$C_s$
1	100	100	0.634	0.209	0.041	0.043	5.788	0.014	0.071	0.460	0.039	0.001	0.827
2	100	10	1.000	0.388	0.030	0.126	3.576	0.066	0.061	0.396	0.136	0.004	0.720
3	100	1	1.000	0.484	0.037	0.157	3.067	0.120	0.110	0.061	0.211	0.007	0.674
4	10	100	0.178	0.355	0.122	0.020	3.817	0.105	0.097	0.105	0.113	0.003	0.738
5	10	10	0.740	0.455	0.073	0.109	3.198	0.114	0.042	0.297	0.186	0.006	0.687
6	10	1	1.000	0.580	0.044	0.188	2.724	0.195	0.018	0.088	0.303	0.011	0.633
7	1	100	0.091	0.444	0.164	0.013	3.254	0.214	0.021	0.043	0.177	0.005	0.693
8	1	10	0.511	0.501	0.117	0.083	2.996	0.182	0.012	0.172	0.226	0.008	0.666
9	1	1	0.951	0.594	0.055	0.183	2.684	0.209	0.003	0.084	0.317	0.012	0.627

表 5 リサイクル品による製造後の中断なしの場合との比較

No	$a$	$\delta$	$C^i$	$T^{i*}$	$T_{pi}$	$T_{ri}$	$\varphi^{i*}$	$C^{i*}$	$T_{ri}^{i*}$	$T_{pi}$	$T_r$	$\varphi^{i*}$
1	0.3	0.3	15.948	1.681	0.612	0.076	1.000	16.022	1.723	0.627	0.078	1.000
2	0.3	0.5	15.632	1.776	0.604	0.133	1.000	15.706	1.818	0.618	0.136	1.000
3	0.3	0.9	15.138	1.946	0.568	0.263	1.000	15.190	1.988	0.581	0.268	1.000
4	0.5	0.3	15.667	1.765	0.600	0.132	1.000	15.741	1.806	0.614	0.135	1.000
5	0.5	0.5	15.244	1.907	0.572	0.238	1.000	15.301	1.949	0.585	0.244	1.000
6	0.5	0.9	14.876	2.051	0.451	0.461	1.000	14.848	2.079	0.457	0.468	1.000
7	0.9	0.3	15.252	1.904	0.556	0.257	1.000	15.303	1.943	0.567	0.262	1.000
8	0.9	0.5	14.956	2.018	0.444	0.454	1.000	14.929	2.044	0.450	0.460	1.000
9	0.9	0.6	14.969	2.012	0.434	0.463	0.852	14.809	2.024	0.429	0.476	0.872
10	0.9	0.7	14.983	2.007	0.433	0.462	0.731	14.690	2.007	0.427	0.469	0.742
11	0.9	0.8	14.998	2.001	0.431	0.461	0.640	14.596	1.992	0.426	0.464	0.646
12	0.9	0.9	15.012	1.995	0.430	0.460	0.570	14.517	1.979	0.425	0.459	0.572

保持・回収品保管費用の増加によって全体の費用は増加していく傾向にある。リサイクル率は、回収率がかなり高い場合に、その値が1以下となり、リサイクル可能率が高くなるにつれて低減していく。リサイクル率は下限と上限で制約されているので、1以外の最適なりサイクル率の決定は回収率とリサイクル可能率がかなり高い場合にのみ起こり、回収率とリサイクル可能率が高くない場合にはリサイクル率は上限値を取るようである。

#### ②製造費用パラメータおよびリサイクル費用パラメータのリサイクル率への影響

環境パラメータを  $\alpha = 0.9$ ,  $\delta = 0.9$  として、生産パラメータを  $D = 2$ ,  $P = 5$ ,  $R = 5$ , 費用パラメータを  $h_1 = 1$ ,  $h_2 = 1$ ,  $c_c = 1$ ,  $c_d = 1$ ,  $c_s = 1$  として、1単位当たりの新規原材料の製造費  $c_p$  とリサイクル品による製造費  $c_r$  を変更した場合の結果を表4に示す。

リサイクル品による製造費が高くなると、リサイクル品による製造に費用がかかり、新規原材料による製造量が増加し、リサイクル率も低減していく。この傾向は新規原材料の製造費が安い方が顕著な傾向を示している。

#### 4) リサイクル品利用による製造後に製造の中断しない場合の比較

リサイクル品を利用した製造の後に製造中断しないモデルⅡについて、製造の中断を行うモデルⅠとの比較を行う。生産パラメータを  $D = 2$ ,  $P = 5$ ,  $R = 4$ , 費用パラメータを  $h_1 = 0.1$ ,  $h_2 = 0.1$ ,  $c_p = 10$ ,  $c_r = 10$ ,  $c_c = 0.1$ ,  $c_d = 0.1$ ,  $c_s = 10$  として、環境パラメータの回収率  $\alpha$  とリサイクル可能率  $\delta$  の値を変化させて数値実験の結果を表5に示す。

モデルⅠとモデルⅡについて、総費用と製造リサイクル期間を比較してみると、全般的な傾向は変わらないが、モデルⅡの方がやや顕著に現れ、回収率とリサイクル可能率が高い場合にはモデルⅡの方が総費用はやや低く、製造リサイクル期間はやや短くなり、リサイクル率もやや高くなる。また、リサイクル率の値はほとんど差がないが、モデルⅡの場合の方がやや高めである。すなわち、リサイクル品を利用した製造の後に製造中断しないモデルⅡの方が、より有効にリサイクル可能品を利用しているようである。

#### むすび

本論文では、Dobos・Richterモデルにおける回収品の再利用に関して、リサイクル可能品の貯蔵を行う場合を考え、製品の貯蔵と回収品の貯蔵に関わる保管費用とともに、回収費用、廃棄費用、製造費用とリサイクル費用を含んだ総費用を最小にする新規材料による製造量とリサイクルによる製造量を決定し、最適なりサイクル率をも求めた。また、リサイクル品による製造の後に製造を中断しないリバースロジスティクスモデルを考えた。さらに、リサイクルシステムを導入することが有効な場合の費用的な条件を導出した。数値例により、

最適なりサイクル率が、回収率とリサイクル可能率の値が高い場合に、1以下の値をとることがわかった。今後の発展としては、廃棄率の最適値の導出や現実的には困難かもしれないが、最適な回収率の導出を考えることができる。

#### 参考文献

- (1) Dobos, I. & Richter, K. (2000), "The integer EOQ repair and waste disposal model-further analysis", *Central European Journal of Operations Research*, 8, 173-194
- (2) Dobos, I. & Richter, K. (2002), "An extended production/recycling model with stationary demand and return rates", *Twelfth International Working Seminar on Production Economics*, Igl/Innsbruck, Austria, February 18-22
- (3) Dobos, I. & Richter, K. (2003), "A production/recycling model with stationary demand and return rates", *Central European Journal of Operations Research*, 11, 35-46
- (4) Dobos, I. & Richter, K. (2004a), "An extended production/recycling model with stationary demand and return rates", *International Journal of Production Economics*, 90 (3), 311-323
- (5) Dobos, I. & Richter, K. (2004b), "Production-inventory control in an EOQ-type reverse logistics system", In : Dyckhoff, H., Lackes, R., Reese, J. (Eds.) : *Supply Chain Management and Reverse Logistics*, Springer Verlag (2004), Berlin et al., 139-160
- (6) Dobos, I. & Richter, K. (2006), "A production/recycling model with quality consideration", *International Journal of Production Economics*, 104, 571-579
- (7) Koh, S.-G., Hwang, H., Sohn, K.-I. & Ko, C.-S. (2002), "An optimal ordering and recovery policy for reusable items", *Computers & Industrial Engineering*, 43 (1-2), 59-73
- (8) Hwang, H., Oh, Y. H., & Gen, M. (2005), "An inventory policy for recycling system", *Proceedings of the 2005 International Conference on Simulation and Modeling*, January 17-19, 2005 Bangkok, Thailand, V. Kachitvichyanukul, U. Purintrapiban, P. Utayopas, eds.
- (9) Nahmias, N., & Rivera, H. (1979), "A deterministic model for a repairable item inventory system with a finite repair rate", *International Journal of Production Economics*, 17 (3), 215-221
- (10) Richter, K. (1996a), "The EOQ repair and waste disposal model with variable setup numbers", *European Journal of Operational Research*, 96, 313-324
- (11) Richter, K. (1996b), "The extended EOQ repair and waste disposal model", *International Journal of Production Economics*, 45, 443-447
- (12) Richter, K. (1997), "Pure and mixed strategies for the EOQ repair and waste disposal problem", *OR Spectrum*, 19, 123-129
- (13) Richter, K. & Dobos, I. (1999), "Analysis of the EOQ repair and waste disposal model with integer setup numbers", *International Journal of Production Economics*, 59, 463-467
- (14) Schrady, D.A. (1967), "A Deterministic inventory model for repairable items," *Naval Research Logistic Quarterly*, 14, 394-398
- (15) Teunter R.H. (2001), "Economic ordering quantities for recoverable item inventory systems", *Naval Research Logistics*, 48, 484-495
- (16) Teunter, R. H. & Vlachos, D. (2002), "On the necessity of a disposal option for returned items that can be remanufactured", *International Journal of Production Economics*, 75 (3), 257-

- (17) Thierry, M., Salomon, M., Van Nunun, J., & Van Wassenhove, L. (1995), "Strategic issues in product recovery management", *California Management Review*, 37 (2), 114-135

—— 2009 年 7 月 10 日受領 ——